

УДК 630.43

Концепция системы управления борьбой с природными пожарами

Conception of managing system for wild fire struggle

Г.А. Доррер¹

д-р техн. наук, проф.,

И.А. Буслов²,

С. В. Яровой²

*¹ФГБОУ ВО Сибирская
пожарно-спасательная
академия ГПС МЧС России,*

*²Сибирский государственный
технологический университет*

g_a_dorrer@mail.ru

vt244@mail.ru,

ach_bask@mail.ru

Dorrer Georgy¹

*Doctor of Sciences, Full
Professor,*

Buslov Igor², Yarovoy Sergey²

*¹FSBEE HE Siberian Fire and
Rescue Academy EMERCOM
of Russia*

*² Siberian State Technological
University*

Аннотация:

Предложена концепция системы управления процессом ликвидации природного пожара, включающая на верхнем уровне определение общей стратегии управления на основе простой модели динамики площади пожара и теории оптимального управления Калмана-Летова, а на последующих уровнях – уточнение и реализация закона управления с помощью алгоритмов моделирования процесса управления на карте лесной территории.

Ключевые слова: природный пожар, управление, силы и средства борьбы с ним, оптимальное и локализационное управление.

Abstract:

A conception of managing system for wild fire liquidation is proposed. This conception permits on the upper level to determinate global managing strategy on basis of simple fire dynamics model with using the Kalman - Letov optimal control theory. On the next levels this strategy is précised and realized with help the localization control procedure on a forest territory map.

Key words: wild fire, managing, fire suppression, optimal and localization control.

Введение

Стихийные природные пожары, к которым относятся пожары в лесах, степях, на торфяниках и других природных объектах – опасные и динамичные процессы, наносящие большой ущерб природе и объектам инфраструктуры. Пожары возникают, как правило, случайно во времени и пространстве, зачастую в труднодоступных местах и являются весьма неудобным объектом для изучения и воздействия. С точки зрения теории управления – это объекты с распределенными параметрами типа движущейся волны в нестационарной и анизотропной среде на поверхности Земли. Управление такими объектами также носит пространственно распределенный характер.

Во многих странах, в том числе и в России, ежегодно приходится осуществлять борьбу с такими пожарами, привлекая для этой цели большое количество противопожарных сил и средств. При этом возникают задачи рационального планирования и управления этими силами и средствами. Для их решения разработан ряд регламентирующих документов [1], [2]. Кроме того, ведутся работы по созданию теории управления процессами борьбы с природными пожарами.

Так, задача оптимального использования сил и средств для ликвидации природных пожаров рассматривалась в работах G.M. Parks [3] и M. Parlak, R.G. Vicson [4]. На основе принципа максимума Понтрягина были полу-



Рис.1. Структурная схема системы оптимального управления противопожарными силами и средствами

чены выражения для оптимального закона управления противопожарными силами при постоянной скорости фронта пожара. При этом предполагалось, что управление осуществляется в разомкнутом режиме, без учета фактического состояния системы. Не учитывались также возможные помехи и неполнота информации об объекте управления.

В настоящей работе предлагается концепция системы оптимального управления противопожарными силами и средствами при использовании комплекса математических моделей динамики пожара, в том числе, в условиях помех и неполноты информации.

Предлагается разделить задачу управления противопожарными силами и средствами на несколько уровней, схематически показанных на рисунке 1.

На первом уровне рассматривается модель с единственной фазовой переменной – площадью, пройденной пожаром [5], [6]. Величина площади пожара, с одной стороны, является наиболее важным показателем, определяющим, ущерб от пожара, а с другой – успешность борьбы с ним. Для этой переменной составляется уравнение динамики, на основе которого возможно получение алгоритма оптимального управления с помощью теории аналитического конструирования регуляторов (АКОР) [7],[8]. Полученное решение служит планом-заданием для реализации и корректировки решений на последующих уровнях.

На втором уровне происходит переход к новой переменной, которая определяет объем работы по ликвидации пожара. Такой переменной служит протяженность горящей кромки, которая рассчитывается на основе геометрической модели процесса распространения пожара [5], [6].

На следующем уровне решается задача по выбору состава и необходимого количества противопожарных сил и средств.

Далее производится моделирование процесса локализации и ликвидации пожара на карте местности с помощью специальной ГИС-ориентированной системы, которая рассчитывает конфигурацию пожара и определяет в динамике величину его площади, длину горящей кромки и другие параметры. При наличии оперативных авиационных или космических средств мониторинга эти данные могут быть получены путем непосредственной съемки пожара.

Полученная тем или иным способом оценка величины площади пожара поступает на верхний уровень системы, где с помощью фильтра Калмана корректируется управляющее воздействие, и весь цикл управления повторяется.

Критерием остановки описанного процесса является прекращение роста площади, пройденной пожаром, то есть равенство нулю производной скорости по времени.

1. Модель динамики природного пожара и управляющих воздействий

Динамика изменения площади, пройденной огнем, может быть представлена в виде кривой (рисунок 2). На рисунке период времени от t_0 до t_s соответствует свободному распространению пожара, площадь пожара увеличивается с нарастающей скоростью. С момента t_s вследствие противопожарных мер скорость прироста площади уменьшается и становится равной нулю в момент ликвидации пожара t_f . Рассмотренная модель описывает идеальный теоретический случай, когда пожар распространяется в стационарных по времени и однородных по пространству условиях, а борьба с пожаром ведется эффективно. Модель является сравнительно грубой, ориентированной в основном на получение качественных оценок процесса распространения и локализации пожара. Однако такие модели могут

быть пригодными для принятия решений при борьбе с пожарами, они, в частности, использовались в работах [3] и [4].

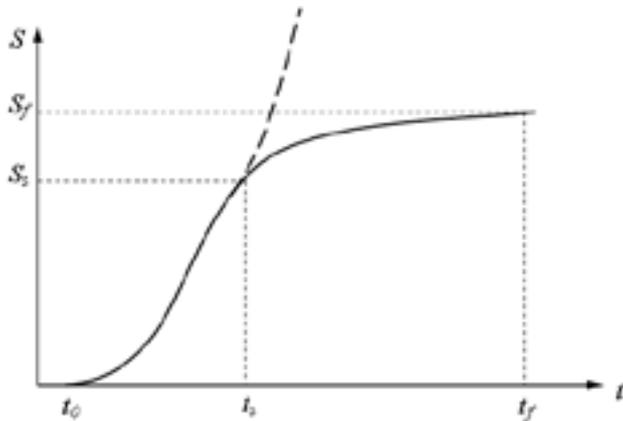


Рис. 2 – Динамика изменения площади пожара

В этих условиях может быть принята следующая модель изменения площади природного пожара во времени [5]:

$$S(t) = k(t) \cdot t^\alpha \tag{1}$$

где $t \in [0, T]$ время — сутки или часы,

при этом $t = 0$ — время возникновения пожара,

t_f — время ликвидации пожара,

$S(t)$ - площадь, пройденная пожаром к моменту t , га,

$k(t)$ — коэффициент, имеющий размерность га/сутки α , $k(0) = k_0$.

α — параметр, определяющий скорость возрастания площади. С этим параметром связано изменение скорости движения фронта пожара: при $\alpha = 2$ эта скорость постоянна, при $\alpha < 2$ скорость фронта со временем уменьшается, при $\alpha > 2$ скорость фронта возрастает. Указанные параметры зависят от множества параметров, в первую очередь, от класса пожарной опасности (КПО) в лесу и скорости ветра.

Борьба с пожаром начинается в момент $t_s > 0$, при этом противопожарные меры приводят к уменьшению параметра $k(t)$ до того момента, когда площадь пожара перестанет увеличиваться, при этом производная $\dot{S}(t)$ в момент t_f станет равной нулю, что соответствует локализации пожара. При этом выражение для площади примет вид

$$S(t) = \begin{cases} k_0 t^\alpha, & t \leq t_s, \\ k_0 t_s^\alpha + \int_{t_s}^t \dot{S}(\tau) d\tau, & t_s \leq t \leq t_f. \end{cases} \tag{2}$$

Из (1) следует, что скорость увеличения площади при $t \geq t_s$ равна

$$\dot{S}(t) = \alpha k(t)t^{\alpha-1} + \dot{k}(t)t^\alpha = \alpha/t \cdot S(t) + \dot{k}(t)t^\alpha, \tag{3}$$

$t \geq t_s, k(0) = k_0$.

Из (3) видно, что управляющим воздействием в данной модели является производная $\dot{k}(t)$, т.е. скорость изменения коэффициента $k(t)$.

В рассмотренных ниже задачах для удобства изменен отсчет времени t , он начинается с момента начала ликвидации пожара t_s , т.е. время фактически равно $t + t_s$.

Сформулируем теперь задачу ликвидации природного пожара в терминах теории управления. Общепринятая модель управляемой системы в данном случае имеет вид

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + t^\alpha B(t)u(t). \tag{4}$$

При этом, как следует из уравнения (3), фазовая переменная:

$$x(t) = S(t).$$

Начальные условия для системы (4) имеют вид:

$$\text{при } t = 0, x(0) = k_0^\alpha.$$

Рассмотрим остальные компоненты системы (4), соответствующие исходной системе (3).

$$A(t) = \alpha(t + t_s)^{-1}, \tag{5}$$

$$B(t) u(t) = \dot{k}(t). \tag{6}$$

Обычно в борьбе с природным пожаром участвуют различные силы и средства, количество их видов можно принять равным трем. Тогда управляющие воздействия по тушению пожара можно представить в виде вектора

$$u(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ u_3(t) \end{bmatrix}, \tag{7}$$

где

$u_i(t)$ количество сил i -го вида, участвующих в борьбе с пожаром и воздействующих на него различными средствами, $i = 1, 2, 3$.

Интенсивность воздействия на пожар каждого из видов сил и средств задается вектором $B(t) = t^\alpha [b_1, b_2, b_3]$, компоненты которого определяют величину снижения прироста площади пожара на единицу соответствующих сил и средств в единицу времени.

В дальнейшем будем считать, что $x(t)$ - это площадь пожара, рассчитанная по модели. Кроме того, в дальнейшем понадобится переменная $y(t)$, которой будет обозначаться фактически наблюдаемая площадь пожара.

Рассмотрим теперь ряд постановок задач оптимального управления силами и средствами при тушении пожара.

2. Задача управления борьбой с пожаром с использованием обратной связи по состоянию в детерминированной постановке

Процесс управления ликвидацией пожара мы рассмотрим вначале в детерминированной постановке, т.е. предполагая отсутствие случайных помех и полную наблюдаемость процесса, когда $y(t) \equiv x(t)$. Такая задача называется задачей аналитического конструирования регулятора (АКОР) [7], [8].

В этом случае динамика площади пожара, находящегося под воздействием противопожарных сил, может быть записана в стандартной форме:

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + Bu(t), \quad x(0) = x_0 \quad (8)$$

Качество управления оценивается квадратичным критерием

$$J = \Psi \cdot x^2(T) + \int_0^T [Q \cdot x^2(t) + u(t)^T \cdot R \cdot u(t)] dt \rightarrow \min \quad (9)$$

Поясним смысл параметров, входящих в критерий (9).

Положительное число ψ определяет значимость конечного результата процесса управления – величину площади пожара $x(T)$ в момент T .

Положительное число Q определяет «цену» ущерба от пожара в течение всей операции.

Положительное число R определяет суммарную «цену» затрат на борьбу с пожаром в течение всей операции.

Как известно [6], оптимальное управление $\bar{u}(t)$ системой (8) при квадратичном критерии качества (9) определяется формулой

$$\bar{u}(t) = K(t)x(t), \quad (10)$$

где коэффициент усиления $K(t)$ – вектор, вычисляемый по формуле

$$K(t) = -R^{-1}B^T P(t), \quad (11)$$

$P(t)$ решение в обратном времени $t \in [0, T]$ скалярного уравнения Риккати

$$\dot{P}(t) = -2 \cdot A(t) \cdot P(t) + B \cdot R^{-1} \cdot B^T \cdot P^2(t) - Q \quad (12)$$

при условии

$$P(T) = \Psi. \quad (13)$$

Определив оптимальное управление (10), можно затем по формуле (8) найти оптимальную траекторию, а по формуле (9) вычислить значение критерия.

Решение рассмотренной задачи позволяет получить оптимальный план управления борьбой с пожаром, оценку оптимального состава сил и средств борьбы с пожаром и оптимальную траекторию изменения площади пожара по времени.

3. Модель процесса управления борьбой с пожаром с учетом неполной информации и случайных помех

Обратимся теперь к более общей постановке задачи управления и оценивания площади пожара в процессе борьбы с ним. Рассмотрим систему с помехами и неполной информацией о состоянии [7], [8]:

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + Bu(t) + v(t) \quad (14)$$

$$y(t) = H(t)x(t) + w(t). \quad (15)$$

Здесь $H(t)$ – коэффициент усиления наблюдателя, $v(t)$ и $w(t)$ – помехи, действующие, соответственно на систему (14) и наблюдатель (15).

Предполагается, что это – некоррелированные между собой стационарные случайные процессы с нулевым матожиданием и дисперсиями, равными, соответственно, $V(t)$ и $W(t)$.

Начальное состояние системы – случайный вектор с характеристиками

$$M[x(0)] = x_0, \quad \text{cov}[(x(t) - x_0)^2] = Z_0, \quad (16)$$

некоррелированный с помехами $v(t)$ и $w(t)$:

$$\text{cov}[x_0 \cdot v(t)] = 0, \quad \text{cov}[x_0 \cdot w(t)] = 0.$$

Для оценки состояния системы используем наблюдатель следующего вида

$$\dot{\bar{x}}(t) = A\bar{x}(t) + Bu(t) - L(t)(y(t) - H\bar{x}(t)) \quad (17)$$

где $\bar{x}(t)$ вектор оценки состояния,

$$\bar{x}(t) = x_0,$$

$y(t)$ – вектор наблюдений, которые получают при моделировании процесса распространения и локализации пожара,

$L(t)$ – матрица, определяющая коэффициенты усиления наблюдателя.

Оптимальное значение этой матрицы, обеспечивающее минимум математического ожидания ошибки оценки $\varepsilon(t) = x(t) - \bar{x}(t)$, определяется выражением

$$L(t) = -Z(t) \cdot H(t) \cdot W^{-1}(t), \quad (18)$$

где $Z(t)$ – решение уравнения Риккати

$$\dot{Z}(t) = 2A(t)Z(t) - H^2(t)W^{-1}Z^2(t) + V(t) \quad (19)$$

$$Z(0) = Z_0. \quad (20)$$

Наблюдатель (15), (18) – (20) называется фильтром Калмана [8].

Задача управления в рассматриваемой постановке заключается в минимизации математического ожидания критерия (21):

$$J = M\{\psi \cdot x^2(T) + \int_0^T [Q \cdot x^2(t) + u(t)^T \cdot R \cdot u(t)] dt \rightarrow \min. \quad (21)$$

При этом оптимальное управление равно

$$\bar{u}(t) = -R^{-1}B^T P(t) \bar{x}(t), \quad (22)$$

где $\bar{x}(t)$ - оптимальная оценка (17), полученная с помощью фильтра Калмана, а $P(t)$ - решение уравнения Риккати (12), (13).

С учетом (17) и (22) оценка состояния определяется формулой

$$\bar{x}(t) = [A - BR^{-1}B^T P(t)] \bar{x}(t) - L(t)(y(t) - H \bar{x}(t)). \quad (23)$$

$$\bar{x}(0) = x_0. \quad (24)$$

Одновременно с решением задачи (23), (24) рассчитывается значение критерия оптимальности (21).

4. Алгоритм решения задачи (14) – (24)

Порядок вычислений при решении задачи (14) – (24) следующий.

Численно решается уравнения Риккати: (23), (24) в прямом времени,

$$Z(k+1) = Z(k) + [2A(k)Z(k) - H^T W^{-1} H Z^2(k) + V(k)] \cdot \Delta t \quad (25)$$

на интервале $k = 1, \dots, k \max$, а уравнение (12) в обратном времени, $k = k \max, \dots, 1$ (используются значения $P(k)$ из предыдущей задачи).

Вычисляется оптимальный коэффициент усиления фильтра Калмана $L(k)$ по формуле:

$$L(k) = -Z(k)H^T W^{-1}(k) \quad (26)$$

По мере получения значений наблюдения $y(k)$ $k = 1, \dots, k \max$ решается уравнение

$$x(k+1) = x(k) \{ [A(k) - BR^{-1}B^T P(k)]x(k) - L(k)(y(k) - H(k)x(k)) \} \Delta t \quad (27)$$

при начальном условии $\bar{x}(1) = x_0$, т.е. рассчитывается оптимальная траектория процесса на интервале $k = 1, \dots, k \max$, а также определяется оптимальное управляющее воздействие

$$\bar{u}(k+1) = -R^{-1}B^T P(t) \bar{x}(k+1).$$

Одновременно вычисляется значение критерия качества по формуле

$$J = \psi \cdot x^2(k \max) + \sum_{k=1}^{k \max} [Q \cdot x^2(k) + u(k)^T \cdot R \cdot u(k)] \Delta t \quad (28)$$

Результаты решения рассмотренной задачи могут использоваться как для планирования процесса борьбы с пожаром, так и для оперативной оценки и управления этим процессом с учетом данных текущего контроля в условиях неопределенности и помех.

При этом необходимо учитывать следующие особенности задачи, связанные с управлением борьбой с пожаром.

Площадь, пройденная огнем не может уменьшаться. Поэтому, если при вычислениях величина $\dot{x}(t) = \dot{S}(t)$ становится нулевой или отрицательной, то цель управления достигнута, пожар локализован или потушен, и дальнейшие расчеты следует прекратить. Момент времени, при котором наступает это событие, и есть момент окончания операции Т.

Если в априори заданный при расчете момент Т величина $\dot{S}(t)$ больше нуля, то это означает, что при заданных параметрах задача не разрешима, т.е. пожар к установленному сроку не удастся локализовать или потушить. В этом случае необходимо изменить исходные данные.

5. Определение объема работ по локализации пожара и необходимых сил и средств

На данном этапе управления требуется по рассчитанной оптимальной величине необходимого управляющего воздействия $\bar{u}(t)$ и оценке величины площади пожара $x(k)$ определить необходимые силы и средства для ликвидации пожара на каждом временном шаге k . Для этого необходимо оценить длину горящей кромки пожара $E(k)$, которая определяет трудоемкость работы по борьбе с пожаром. Для этой цели рассмотренная в п. 1 модель должна дополниться сведениями об ожидаемой конфигурации пожара, которая определяется индикатрисой скорости распространения пожара и скоростью ветра в районе пожара.

Скорость фронта пожара в стационарных условиях в соответствии с принципом Гюйгенса представляется как $v(\varphi, w) = v_0 \xi(\varphi, w)$, где v_0 – максимальная скорость распространения фронта пожара (в направлении ветра или уклона местности); w – скорость ветра, м/сек, $\xi(\varphi, w)$, $\zeta(\varphi, w) \leq 1$ индикатриса скорости фронта, определяющая конфигурацию пожара, φ – угол между направлением распространения фронта пожара и направлением ветра ($0 \leq \varphi \leq 2\pi$).

Как показано в [5], максимальная скорость фронта пожара v_0 и длина горящей кромки $E(t, w)$ для рассматриваемой модели могут быть вычислены по формулам

$$v_0 = \frac{\alpha \sqrt{k_0}}{2P(w)}, \quad \text{где } P(w) = \int_0^\pi \xi^2(\varphi) d\varphi, \quad (29)$$

$$E(t, w) = 2v_0 t Q(w), \quad \text{где}$$

$$Q(w) = \int_0^\pi (\xi^2(\varphi, w) + \xi'^2(\varphi, w)) d\varphi \quad (30)$$

Принятие решений по составу и количеству противопожарных сил и средств производится на каж-

дом временном шаге руководителями тушения пожара на основе нормативных документов, исходя из требований к интенсивности тушения $\bar{u}(k)$, погодных и природных условий (класса пожарной опасности КПО, скорости ветра и др.) и фактического наличия ресурсов с учетом приведенных выше расчетов [1], [2]. Более подробно данный вопрос мы не рассматриваем.

6. Оценка конфигурации пожара и процесса его локализации на местности

Все рассмотренные выше расчеты строились на основе упрощенной модели (1). Более точная и полная картина процессов распространения и локализации пожара в режиме реального времени может быть получена либо путем съемки пожара авиационными или космическими средствами, либо, при их отсутствии или недостаточности – путем моделирования этих процессов в ускоренном режиме на карте местности. В настоящее время существует множество методов и систем моделирования процессов, происходящих при природных пожарах – от подробных моделей, описывающих физико-химические процессы горения природной растительности [9] – до упрощенных моделей, основанных на геометрическом описании движущейся волны горения [6].

В настоящей работе используется модель распространения и локализации пожара, основанная на агентном подходе [10]. В модели присутствует два вида агентов: агенты типа А, моделирующие процесс распространения фронта пожара и агенты типа В, моделирующие действие противопожарных сил, которые осуществляют тушение кромки пожара. Взаимодействие агентов типа А основано на методе подвижных сеток [6].

Полученные в результате моделирования данные о фактической площади $y(k)$, пройденной пожаром к моменту k , являются сигналом обратной связи и поступают в систему для расчета оценки площади пожара $\bar{x}(k+1)$ и сигнала управления $\bar{u}(k+1)$ на следующем шаге процесса управления. Кроме того, в результате моделирования уточняется длина горящей кромки $E(k)$, что позволяет уточнить состав сил и средств, необходимых для тушения пожара.

7. Пример

Приведет результаты расчета оптимального процесса борьбы с пожаром при следующих исходных данных.

$$T=1; k = 1, \dots, 8; \Delta t = 1 \text{ час}; \psi=7; \alpha=2;$$

$$A = \alpha / (3+k); S_0=50$$

$$B = k^a [2 \ 4 \ 6]; Q=1; R=1; H=0,95; V=W=2$$

Расчет проводился в соответствии с процедурой, представленной на рисунке 2 и формулами (12) – (13) и (14) – (24), его результаты представлены в таблице 1 и на рисунке 3.

Таблица 1. Результаты расчета процесса управления

k	$x(k)$	$y(k)$	$\bar{x}(k)$
1	50	45	50
2	75,1	80	84,7
3	103	120	138
4	132	130	150
5	156	150	144
6	168	150	167
7	167	150	161
8	156	150	148

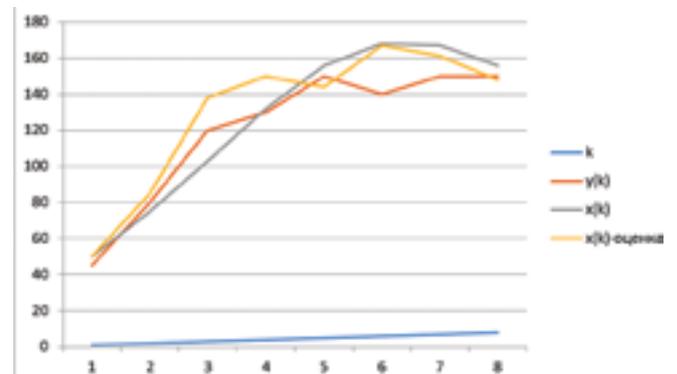


Рис.3 Графики изменения площади пожара при расчете по формулам (12) – (13) и (14) – (24). Обозначения: $x(k)$ - оптимальная траектория изменения площади пожара, рассчитанная методом АКОР при детерминированной постановке; $y(k)$ - площадь пожара, полученная по результатам моделирования; $\bar{x}(k)$ - оптимальная оценка величины площади пожара с помощью фильтра Калмана

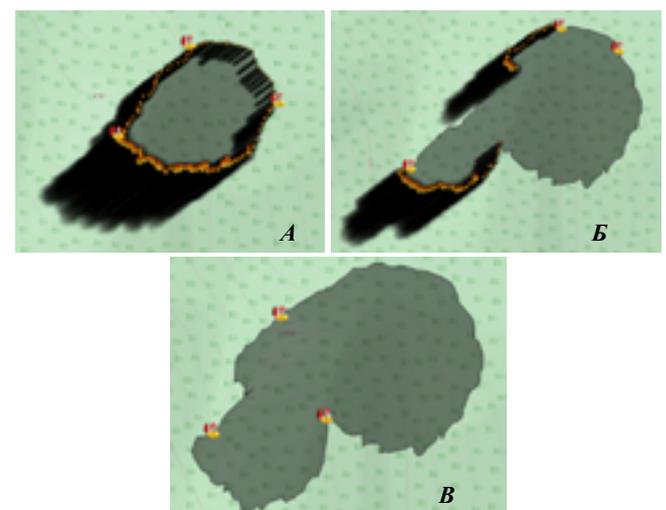


Рис. 4. Результаты моделирования процесса локализации природного пожара тремя командами.
 А: $t=0$. Начальная конфигурация пожара, команды приступили к тушению, $y(0) = 45$.
 Б: $t = 4$. Одна команда завершила тушение, две другие продол-

жают работу, $y(4) = 130$.
 В: $t=6$. Локализация завершена, $y(6) = 150$.

Заключение

Изложенные материалы позволяют сделать следующие выводы.

Теория оптимального управления с квадратичным критерием вида (9) и оценкой состояния системы на основе фильтра Калмана (14) – (24) позволяет качественно верно описывать динамику изменения площади пожара и процесса его ликвидации, а также оценивать необходимые ресурсы. Это открывает возможность для разработки систем поддержки принятия решений при борьбе с природными пожарами.

Простейшая модель динамики площади природного пожара вида $S(t) = k(t) \cdot t^a$ позволяет решать задачи по расчету статических и динамических характеристик данного процесса, в том числе, и связанных с процессом его локализации.

Значение фактической площади пожара $y(t)$ при работе в реальных условиях целесообразно получать из систем мониторинга пожаров или оценивать с помощью математических моделей, учитывающих все природные и погодные условия.

Оценка всех параметров используемой в работе модели представляет собой отдельную сложную задачу.

Литература

1. Указания по обнаружению и тушению лесных пожаров. – М.: 1885. – 96 с.
2. Андреев, Ю.А., Профилактика, мониторинг и борьба с природными пожарами (на примере Алтае-Саянского экорегиона): справочное пособие / Ю.А. Андреев, А.В. Брюханов. – Красноярск, 2011. – 272 с.

3. Parks G.M., Development and application of a model for suppression of forest fires / G.M. Parks // *Manage Science* / - 1964, - Vol 10, N 4. – P 760 – 766.
4. Parlar M., Optimal Forest Fire Control an Extension of Park’s Model / M.Parlar, R.G. Vicson // *Forest Science*. – 1982/ - Vol. 28, N2. – P. 760 – 766.
5. Коморовский, В. С., Методика расчета параметров лесных пожаров как динамических процессов на поверхности Земли с использованием данных космического мониторинга / В. С. Коморовский, Г. А. Дорпер // *Вестник Сибирского государственного аэрокосмического университета им. академика М.Ф. Решетнева*. – Красноярск, 2010. – Вып. 3 (29). – С. 47-51
6. Дорпер, Г.А. Динамика лесных пожаров. /Г.А. Дорпер. – Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2008. – 404с.
7. Афанасьев, В.Н. Математическая теория конструирования систем управления / В.Н. Афанасьев, В.Б. Колмановский, В.Р. Носов. М.: Высшая школа, 1998. – 574 с.
8. Перепелкин, Е.А. Основы теории управления: Учебное пособие /Е.А. Перепелкин. – Алтайский гос. техн. ун-т. им. И.И. Ползунова. – Барнаул: Изд-во АлтГТУ, 2001. – 115 с.
9. Mell, W. A physics-based approach to modeling grassland fires / W. Mell, M. A. Jenkins, J. Gould, Ph. Cheney // *International Journal of Wildland Fire*. – 2007. – Vol. 16. - P. 1- 22.
10. Яровой, С.В. Применение агентных моделей для имитации процесса локализации природных пожаров /С.В. Яровой. *Электронный научный журнал «Программные продукты, системы и алгоритмы»* Вып. № 2, 2016 г.