

УДК 621.3.064

Переходные процессы в электрических цепях как причины аварийных ситуаций

Transition processes in electrical circuits – the possible consequences and mathematical description

Ковель А.А.

д-р. тех. наук, доц.

Бабенышев С.В.

канд. физ-мат. наук

Матеров Е.Н.

канд. физ-мат. наук

*ФГБОУ ВО Сибирская
пожарно-спасательная
академия ГПС МЧС России*

Аннотация:

Классический метод описания переходных процессов идет от решения дифференциальных уравнений, что потребовало введения понятий принужденного и свободного режимов, вызывающих затруднения при физической интерпретации. Рассмотренный подход исходит только из физики процессов, не требует введения указанных понятий и дает аналогичные результаты, используя более простой математический аппарат.

Ключевые слова: электрическая цепь, переходный процесс, стационарный режим, правила коммутации

Abstract:

The classical method of description of transition processes arises from the solution of differential equations, which requires the introduction of the concepts of forced and free modes, causing difficulties in the physical interpretation. The considered approach comes only from the physics of processes and does not require the introduction of these concepts which yields to similar results using a simpler mathematical machinery.

Key words: electrical circuit, transition process, stationary mode, commutation rules

Kovel A.A.

*holder of an Advanced Doctorate
(Doctor of Science)
in Engineering Sciences*

Babenyshev S.V.

*Ph.D. of Physico-mathematical
Sciences*

Materov E.N.

*Ph.D. of Physico-mathematical
Sciences*

*FSBEE HE Siberian Fire
and Rescue Academy
EMERCOM of Russia*

Пожары часто связаны с нежелательными явлениями в электрических сетях (электропроводке). Детализация по результатам исследований выделяет две преобладающие причины – некачественная изоляция или взрыв бытового газа при коммутации в электросети.

В первом случае, проблема связана с тем, что изоляционные материалы, позволяющие надежно разделять токонесущие элементы электропроводки, характеризуется показателем качества изоляции, – сопротивление изоляции ($R_{из}$), значения которого существенно различаются в большом семействе электроизоляционных материалов. Если $R_{из}$ сохраняет в течение длительного времени необходимую величину, то электропроводка будет безотказно выполнять свое функциональное назначение в составе зданий, сооружений. Если же, стремясь к снижению расходов, используют электропроводку с низким $R_{из}$ и малым сроком службы и вовремя не выявляют такие нарушения, то в процессе эксплуатации электросетей, которые зачастую проложены в каналах с плохим теплообменом, возникает аварийные ситуации. Постоянное выделение тепла, при недостаточном его отводе, приводит к изменению изоляционных свойств материалов электропроводки, ускоренному старению

и разрушению, особенно в местах скруток и сгибов, где возникают еще и механические напряжения. Эти изменения через некоторое время приводят к разрушению изоляционного слоя электропроводки, возникновению соприкосновения токонесущих проводов и короткому замыканию в электросети. Ситуация усугубляется, если электрические и тепловые сети проложены в одних и тех же каналах или нишах.

Вторая ситуация по своим физическим процессам сложнее и по проявлениям – более частая. Если для раскрытия явления появления искры при коммутации прибегнуть к упрощенной схеме, то весь процесс можно свести к физической модели, представленной на рисунке 1,

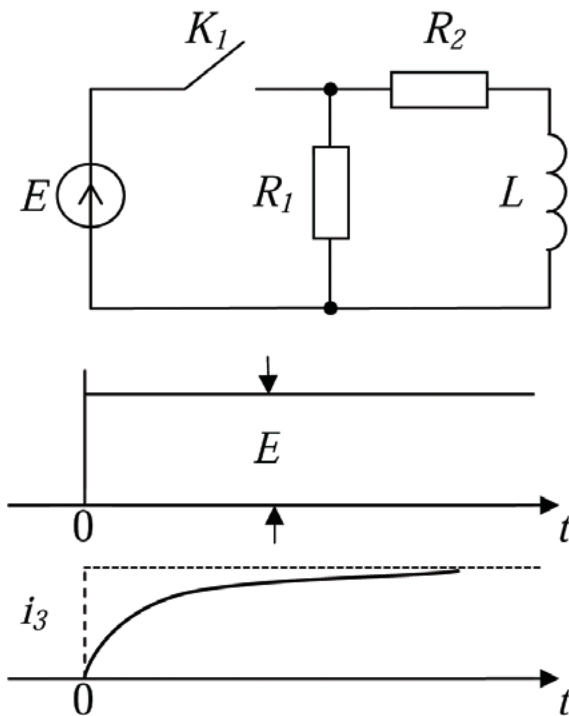


Рис. 1

где E – величина ЭДС источника; R_1 и R_2 – постоянное сопротивление; L – индуктивность электрической цепи (ЭЦ). Индуктивные элементы широко представлены в реальных электрических сетях и системах, так как это обмотки коммутирующих устройств (реле, коммутаторы, соленоиды), обмотки электромагнитов, трансформаторов, электрогенераторов, электродвигателей, дросселей и так далее.

Случай замыкания цепи

В момент подключения электроцепи (ЭЦ) (рис. 1) к источнику ЭДС E (замыкание ключа $Kл$) никаких опасных явлений ожидать не приходится. Ток в ЭЦ в момент замыкания ключа $Kл$ (i_3) равен нулю, так как скачок напряжения от 0 до E ($t = 0$) ветвь с индуктивностью воспринимает как очень большую частоту (ω стремится к бесконечности). А так как реактивное сопротивление ветви с индуктивностью равно $x_L = \omega L$, то x_L тоже стремится к бесконечности. Поэтому, как до коммутации (замыкания ключа $Kл$), так и сразу же после нее, ток в индуктивной ветви равен нулю. А так как дальше оказывается, что процесс стационарный ($E = \text{const}$), ток по экспоненте (рис. 1, i_3) возрастает от 0 до установившегося значения (подробно это будет показано ниже). Это поведение соответствует аксиоме (см., например, [1]), что в ветви, содержащей индуктивность, ток не может измениться скачкообразно.

Принципиально другая картина развития события происходит, когда при установившемся процессе ток в ветви с индуктивностью равен некоторой постоянной величине, и после этого происходит размыкание ключа $Kл$. Так как ток в ветви с индуктивностью не может изменяться скачкообразно, к чему его принуждает разомкнувшийся $Kл$, ток продолжает протекать, но теперь уже по R_1 , и цепь тока оказывается замкнутой. Индуктивность становится виртуальным источником электрической энергии, и ток будет протекать в замкнутой ЭЦ, пока не израсходуется энергия, накопленная в индуктивности. Как будет показано ниже, ток от начального установившегося значения [$i_{p(t)}$] будет уменьшаться до нуля.

На первый взгляд кажется, что ситуация не представляет особой опасности. Однако, предположим, что в физической модели ЭЦ (рис. 1) значение $E = 10$ В, $R_1 = 1000$ Ом, $R_2 = 10$ Ом. Тогда установившийся ток $i_3 = 1$ А, и в начальный момент ($t = 0$ при размыкании ключа $Kл$) он создает падение напряжения на R_1 , равное 1000 В. Такой перепад уже представляет угрозу для устройств, не показанных на рис. 1, которые могут присутствовать в реальной цепи и быть рассчитанными только на величину напряжения источника ЭДС 10 В.

В сетях, где путь для тока $i_p(t)$ отсутствует (отсутствие R_1), процесс развивается по другому сценарию. При размыкании ключа $Kл$ (например, бытового выключателя) между размыкающими контактами последнего наблюдается искрение. С точки зрения электротехники – это электрическая дуга, так как ток продолжает течь через

разрывающийся промежуток (переходное сопротивление промежутка за короткое время изменяется от нуля до сопротивления разомкнутой цепи) и образует на сопротивлении разрыва высокое напряжение, вызывающее ионизацию газа в межконтактном промежутке, – микродугу. Это дуга и инициирует взрыв бытового газа в случае его утечки, а также других взрывоопасных газовых сред (в гаражах, химлабораториях и т.п.).

Аналитическое представление изложенных процессов в упрощенной физической модели ЭЦ дает следующую картину (рис. 2).

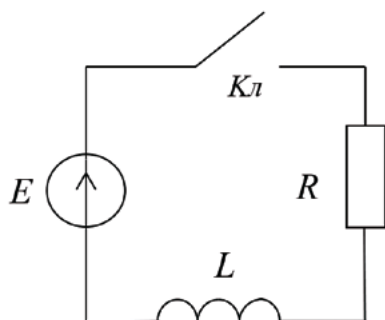


Рис. 2.

По второму правилу Кирхгофа, этот процесс записывают в виде неоднородного дифференциального уравнения первого порядка относительно $i_L(t)$ [1]:

$$u_R(t) + u_L(t) = E \quad \text{или} \quad i_L(t)R + L \frac{di_L(t)}{dt} = E$$

Традиционное математическое решение заключается в следующем [2]:

- находится общее решение неоднородного уравнения как сумма его частного решения и общего решения, соответствующего ему однородного дифференциального уравнения

$$i_L(t)R + L \frac{di_L(t)}{dt} = 0$$

где частное решение неоднородного дифференциального уравнения первого порядка – постоянный ток после окончания переходного процесса (ПП) (т.е. установившийся процесс, $di/dt = 0$):

$$i_3(t) = I_3 = \frac{E}{R};$$

- общее решение дифференциального уравнения (свободный ток)

$$i_3(t) = i_{\text{н\ddot{a}}}(t) = Ae^{-\frac{R}{L}t};$$

- с учётом аксиомы о невозможности скачка тока в индуктивной ветви, которая аналитически, для момента коммутации, может быть представлена как

$$i(0_-) = i(0_+) = 0, \quad i(0) = Ae^{-\frac{R}{L}t} = -\frac{E}{R};$$

- общее решение уравнения принимает вид:

$$i_2(t) = \frac{E}{R} - \frac{E}{R}e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right)$$

Отношение L/R имеет размерность времени, его обозначают τ и называют *постоянной времени ветви ЭЦ, содержащей R и L*.

Очевидно, нахождение решения громоздко и малоприспособно для оперативных оценок, а также вызывает затруднения при физической интерпретации [3]. Возможен другой подход, использующий только описание процессов в ЭЦ [4].

Преобразуем исходные уравнения Кирхгофа для ЭЦ:

$$E - i_L(t)R = L \frac{di_L(t)}{dt}, \quad \frac{di_L(t)}{E - i_L(t)R} = \frac{dt}{L}$$

Домножим левую и правую части равенства на минус R :

$$\frac{-R di_L(t)}{E - i_L(t)R} = -\frac{R}{L} dt$$

что можно представить, как:

$$\frac{d[E - Ri_L(t)]}{E - i_L(t)R} = -\frac{R}{L} dt$$

В результате интегрирования левой и правой части равенства получаем:

$$\ln[E - Ri_L(t)] = -\frac{R}{L}t + \ln C$$

а, с учетом аксиомы коммутации $i(0_-) = i(0_+)$ для $t = 0$:

$$\ln E = \ln C, \quad \text{то есть } E = C.$$

Таким образом,

$$\ln[E - Ri_L(t)] = -\frac{R}{L}t + \ln E$$

или в явной форме для $i_L(t)$:

$$i_L(t) = i_3(t) = \frac{E}{R} - \frac{E}{R}e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right) = \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

Очевидно, что второй метод компактней и физически очевидней, что существенно для практических приложений.

Случай размыкания цепи

Следующим шагом получим математическую модель (ММ) физических процессов при отключении ветви ЭЦ с индуктивностью от источника ЭДС. Магнитное поле индуктивности, при отключении последней от источника электроэнергии, «свертывается», индуцируя в катушке ЭДС, т.е. в момент коммутации (отключения) индуктивность становится виртуальным источником электроэнергии, запасенной в стационарном режиме ($0,5FL$), и пока эта энергия не рассеется в виде тепла на активном сопротивлении, в ЭЦ будет существовать «разрядный» переходный процесс.

Упрощенная схема, в которой реализуется такой процесс – рисунок 3.

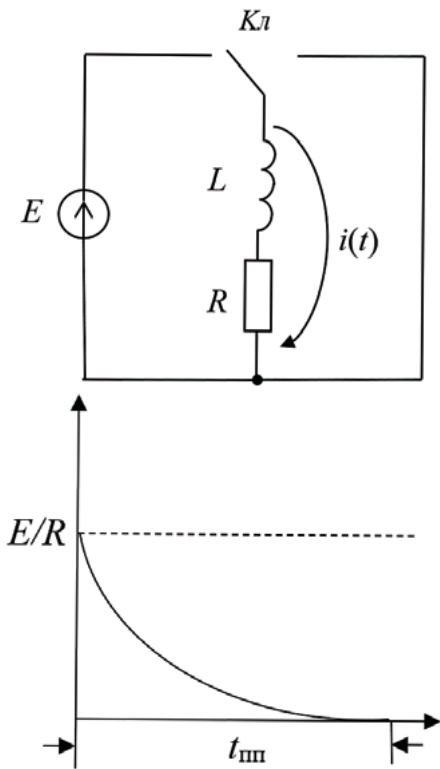


Рис. 3.

Используя исходные предпосылки (первое правило коммутации) и описание процесса в ЭЦ (по Кирхгофу), получаем:

$$i_L(t)R + L \frac{di_L(t)}{dt} = 0, \quad \frac{di_L(t)}{i_L(t)} = -\frac{R}{L} dt, \quad i_L(t) = \frac{E}{L} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

где, как и ранее, $\tau = R/L$.

Промежуточные преобразования аналогичны рассмотренному процессу подключения ветви с индуктивностью к источнику E.

Обобщая полученные результаты, заключаем:

- после эквивалентных преобразований, позволяющих привести электроцепь или ее фрагмент к рис. 2 или 3, математическая модель переходных процессов сводится к простым соотношениям: приращение тока ΔI в ЭЦ, равное разности токов исходного и конечного стационарных состояний, умножается на экспоненциальный множитель, отражающий, соответственно, возрастание ($1 - e^{-t/\tau}$) или убывание тока ($e^{-t/\tau}$);
- результаты получены, исходя из физических моделей процессов в ЭЦ, использующих второе правило Кирхгофа, без привлечения условностей, возникающих при использовании классического метода.

Рассмотренными случаями не исчерпываются возможные варианты переходных процессов в реальных ЭЦ. Часто при коммутации начальный и конечный токи не равны нулю (рис. 4, 5).

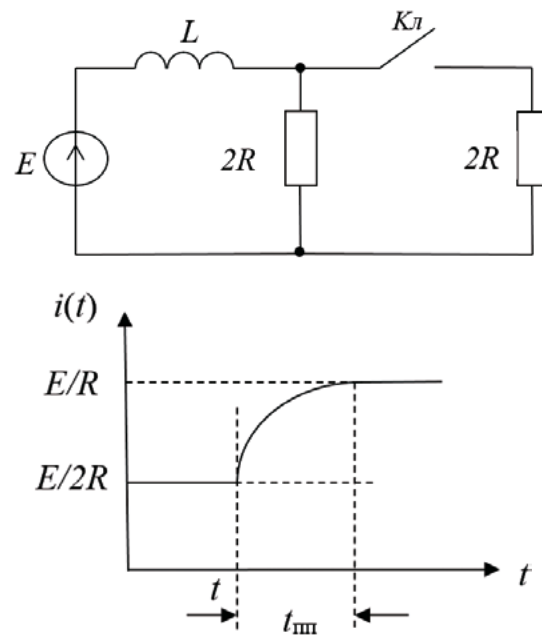


Рис. 4.

В первом случае начальный ток (I_{II}) равен $E/2R$, а конечный (I_K) – E/R (возрастание). Во втором – $I_{II} = E/R, I_K = E/2R$ (убывание). Используя обобщения предыдущих примеров, математическая модель переходного процесса в первом случае (рис. 4) может быть представлена как

$$i_L(t) = \Delta I \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) = (I_{\hat{e}} - I_i) \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right),$$

а во втором случае – $i_L(t) = (I_i - I_{\hat{e}}) e^{-\frac{t}{\tau}}$.

Исходя из правила коммутации, ток в ветви с индуктивностью L не может меняться скачком. Таким образом, при $t = t_k = 0$ (коммутация), в первом случае $i_L(0) = \text{const} = E/2R$, а далее на него накладывается нарастающий ток $i_L(t)$, обусловленный уменьшением общей активной нагрузки ЭЦ:

$$i_{\Sigma}(t) = i_L(0) + i_L(t) = \frac{E}{2R} + \Delta I \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = \frac{E}{2R} + \frac{E}{2R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = \frac{E}{2R} \left(2 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

Применив к описанию переходного процесса алгоритм, использованный при описании ПП при нулевых условиях (рис. 2), получим:

$$\begin{aligned} [i_L(0) + i_L(t)]R + L \frac{di_L(t)}{dt} &= E \\ i_L(0)R + i_L(t)R + L \frac{di_L(t)}{dt} &= E \end{aligned}$$

и так как $i_L(0) \cdot R = E/2R \cdot R = 0,5E$, то

$$i_L(t)R + L \frac{di_L(t)}{dt} = 0,5E$$

и, повторив все процедуры, применённые ранее, получим

$$i_L(t) = 0,5 \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right), \text{ а}$$

$$i_{\Sigma}(t) = i_L(0) + i_L(t) = 0,5 \frac{E}{R} + 0,5 \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = 0,5 \frac{E}{R} \left(2 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

Те же преобразования при отключении части нагрузки, –

$$i_{\Sigma}(t) = i_L(0) + i_L(t) = \frac{E}{R} - 0,5 \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} = 0,5 \frac{E}{R} \left(2 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

Второй элемент ЭЦ, реагирующий на коммутацию, – электрическая емкость (конденсатор), который не может мгновенно изменить электрический заряд (q) или разность потенциалов между обкладками (второе правило коммутации). Используем те же подходы, что и при анализе процессов в ЭЦ с индуктивностью, в цепях с конденсатором при подключении и отключении конденсатора от источника ЭДС.

Исходная математическая модель – уравнения Кирхгофа (рис. 6, 7).

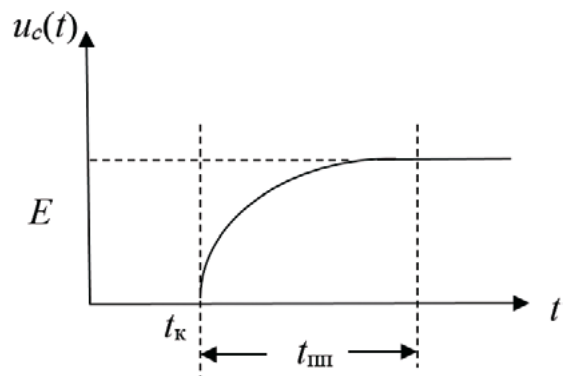
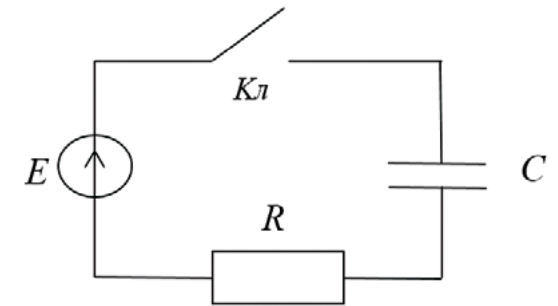


Рис. 6.

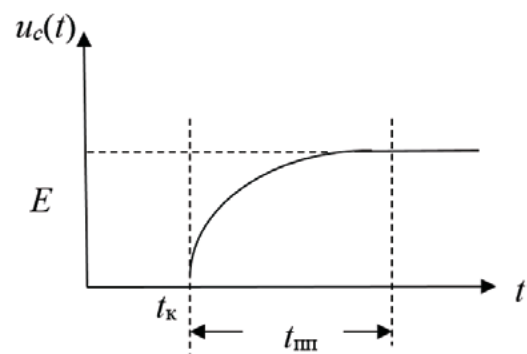
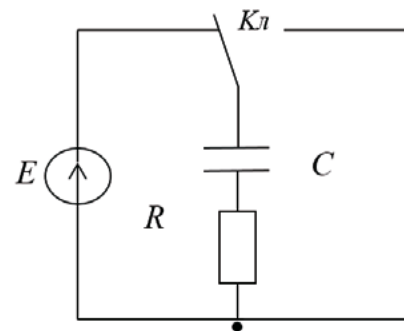


Рис. 7.

$$u_c(t) + i_c(t)R = u_c(t) + \frac{du_c(t)}{dt}R = E$$

($i_c(t)$ – ток, возникающий в ЭЦ при заряде C), что может быть представлено как

$$\frac{d[E - u_c(t)]}{E - u_c(t)} = -\frac{1}{R} dt$$

и решение

$$u_c(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}),$$

где $\tau = RC$ – постоянная времени, отражающая динамику ПП в цепях с конденсатором.

При отключении заряженного конденсатора от источника ЭДС (рис. 7) и обеспечении его разряда имеем:

$$u_c(t) + i_c(t)R = u_c(t) + \frac{du_c(t)}{dt}R = 0$$

что преобразуется в

$$\frac{du_c(t)}{u_c(t)} = -\frac{1}{R} dt$$

а решение имеет вид: $u_c(t) = Ee^{-t/\tau}$.

Были рассмотрены процессы при выполнении условий $u_c(0) = u_c(t_{\text{нн}}) = 0$. Рассмотрим случай, когда $u_c(0) \neq 0$, $u_c(t_{\text{нн}}) \neq 0$. Для иллюстрации, предположим, что сопротивление обоих резисторов в ЭЦ (рис. 8, 9) равно R .

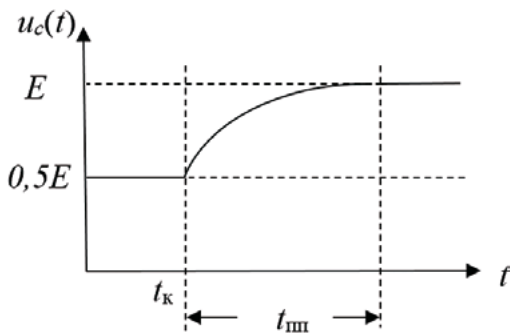
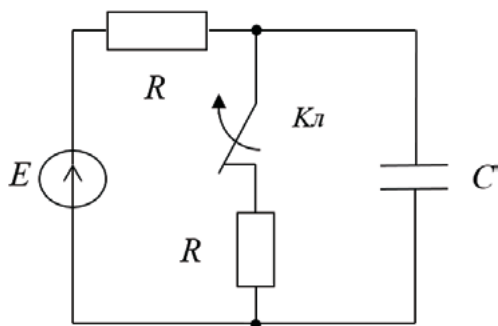


Рис. 8.

$$u_c(t) + i_c(t)R + u_c(0) = u_c(t) + \frac{du_c(t)}{dt}R + u_c(0) = E$$

$$u_c(t) + \frac{du_c(t)}{dt}R = E - u_c(0) = \Delta E \quad (\Delta E = 0,5E),$$

$$u_c(t) = E - \Delta E e^{-\frac{t}{\tau}}$$

– вариант «подключения». При «отключении» (рис. 9):

$$u_c(t) + \frac{du_c(t)}{dt}R + u_c(0) = 0$$

$$u_c(t) + \frac{du_c(t)}{dt}R = -u_c(0) = -\Delta E$$

$$\text{т.е. } u_c(t) = \Delta E(1 + e^{-\frac{t}{\tau}})$$

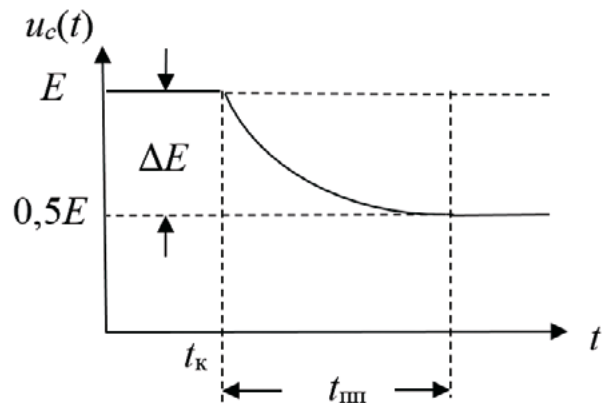
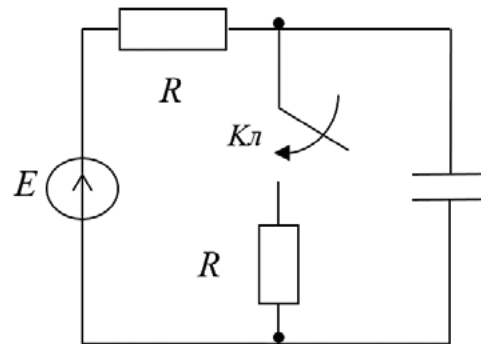


Рис. 9.

Выводы

Полученные результаты позволяют сделать ряд выводов.

- Если представить полученные зависимости в обобщенном виде [4], обозначив начальные и конечные стационарные уровни параметров соответственно как $Y_{\text{н}}$ и $Y_{\text{к}}$ (Y – от «уровень»), а приращение между уровнями ΔY , то первый случай (подключение) можно записать (рис. 10) как

$$Y(t) = Y_{\text{н}} + \Delta Y (1 - e^{-t/\tau}),$$

если $Y_{\text{н}} = 0$ – нулевые начальные условия.

- Аналогично для второго случая (рис. 11):

$$U(t) = U_H + \Delta U e^{-\lambda t},$$

также при $U_H = 0$.

Конкретные значения U_H и U_K могут быть оценены расчетом, используя схемы ЭЦ (простые схемы – закон Ома, сложные – метод эквивалентного генератора) до и после коммутации, предполагая, что переходный процесс завершился.

Таким образом, используется только физическая модель процессов в ЭЦ, сразу возможно получить окончательные математические модели переходных процессов при минимальном использовании аппарата дифференциальных уравнений, а также уйти от громоздких процедур классического метода. Использование обобщенного алгоритма получения математической модели переходных процессов позволяет оперативно анализировать чрезвычайные ситуации, связанные с электрическими установками.

Литература:

1. Немцов М.В. Электротехника и электроника. – М.: Изд-во МЭИ, 2003. – 616 с.
2. Бессонов А.А. Теоретические основы электротехники. – М.: Гардарика, 2006. – 701 с.
3. Зевеке Г.В. и др. Основы теории цепей. – М.: Энергоиздат, 1989. – 749 с.
4. Ковель А.А. Оперативный метод анализа переходных процессов в электрических цепях. – Железногорск. Исследования наукограда, № 4, 2014. – 11 с.