

Научная статья  
УДК 51.74, 614.0.06, 614.842.6(8)  
doi:10.34987/vestnik.sibpsa.2024.97.95.003

## О моделировании каскадного развития и тушения пожаров в подземных автостоянках

*Александр Алексеевич Таранцев<sup>1</sup>*  
*Сергей Александрович Турсенев<sup>2</sup>*  
*Дмитрий Анатольевич Поташев<sup>2</sup>*  
*Валерий Владимирович Ключ<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>Институт проблем транспорта им. Н.С.Соломенко РАН,

<sup>2</sup>Санкт-Петербургский университет ГПС МЧС России, Санкт-Петербург

*Автор, ответственный за переписку: Александр Алексеевич Таранцев, t\_\_54@mail.ru*

**Аннотация.** Рассмотрены вопросы, связанные с моделированием каскадного развития пожаров на автостоянках. Поскольку при возгорании автомобиля может пострадать как он сам, так и соседние автомобили, ущерб от пожара может носить каскадный характер. Размер ущерба прямого и косвенного обуславливается тем, как скоро начнётся тушение и восстановление нормального функционирования автостоянки – как быстро будут проведены ремонтно-восстановительные работы. Описать процесс состояний автостоянки «нормальное функционирование – пожары – тушение – восстановление» можно с использованием марковских цепей, что позволяет оценить вероятности этих состояний. В статье рассмотрены методы оценки вероятностей состояний для цепей как с дискретным, так и непрерывным временем. Приведены соответствующие примеры. Показано совпадение результатов оценок вероятностей состояний автостоянки, полученных с использованием обеих видов цепей.

**Ключевые слова:** автостоянка, пожар, каскадное развитие, тушение, восстановление

**Для цитирования:** Таранцев А.А., Турсенев С.А., Поташев Д.А., Ключ В.В. О моделировании каскадного развития и тушения пожаров в подземных автостоянках// Сибирский пожарно-спасательный вестник. 2024. № 2 (33). С. 211-221. <https://doi.org/10.34987/vestnik.sibpsa.2024.97.95.003>

Original article

## On modeling the cascade development and fire extinguishing into underground parking lots

*Alexander A. Tarantsev<sup>1</sup>*  
*Sergey A. Tursenev<sup>2</sup>*  
*Dmitriy A. Potashev<sup>2</sup>*  
*Valeriy V. Kliuy<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>Solomenko Institute of Transport Problems RAS

<sup>2</sup>Saint-Petersburg University of State fire service of EMERCOM of Russia

**Corresponding author:** Alexander A. Tarantsev, t\_\_54@mail.ru

**Abstract.** The issues related to modeling the cascade development of fires in parking lots are considered. Since when a car catches fire, both it and neighboring cars can suffer, the damage from the

fire can be cascading in nature. The amount of direct and indirect damage is determined by how soon the extinguishing and restoration of the normal functioning of the parking lot will begin – how quickly repair and restoration work will be carried out. It is possible to describe the process of the parking lot states "normal functioning – fires – extinguishing – restoration" using Markov chains, which allows us to estimate the probabilities of these states. The article discusses methods for estimating the probabilities of states for circuits with both discrete and continuous time. Relevant examples are given. The coincidence of the results of the estimations of the probabilities of the parking lot states obtained using both types of chains is shown.

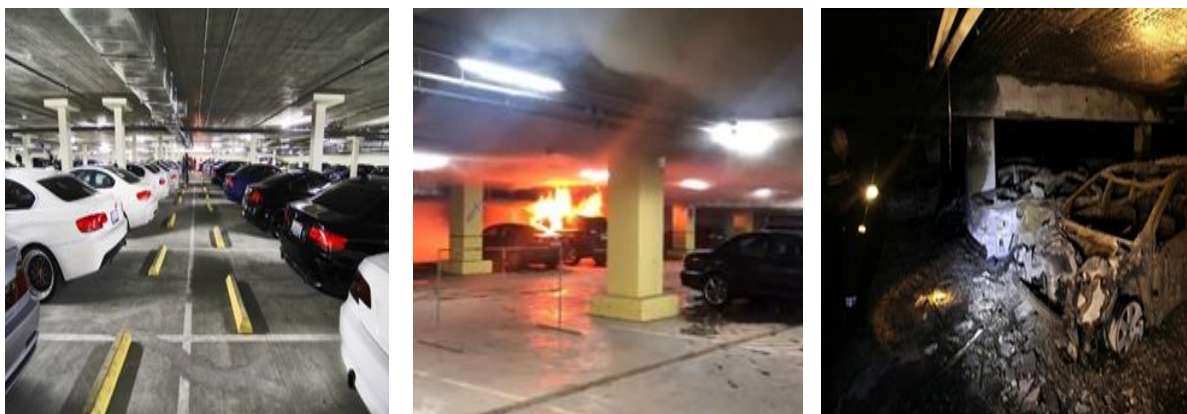
**Keywords.** underground parking, fire, cascade development, extinguishing, restoration

**For citation:** Tarantsev A.A., Tursenev S.A., Potashev D.A., Kliuy V.V. On modeling the cascade development and fire extinguishing into underground parking lots // Siberian Fire and Rescue Bulletin 2024. № 2 (33). С. 211-221. (In Russ.) <https://doi.org/10.34987/vestnik.sibpsa.2024.97.95.003>

## Введение

Наибольшей опасностью, которой могут быть подвержены стоянки автомобилей [1] (Рис.1-а), особенно подземные, являются пожары [2-4] (Рис.1-б). Как показано в работах [5-8], опасные факторы пожара (ОФП) [9] – высокая температура, задымление, повышенная концентрация токсичных продуктов горения и др. – быстро возрастают, приводя как к необратимым повреждениям автомобилей, так и угрозе жизни и здоровью находящихся там людей.

При этом, как показано в работах [10, 11], при нештатном срабатывании или отказе системы автоматического пожаротушения [12], задержке прибытия пожарных подразделений [13, 14] пожароопасная ситуация на автостоянке может носить неконтролируемый каскадный характер: пожар автомобиля может спровоцировать горение соседних автомобилей, быстрый рост ОФП, блокирование эвакуационных выходов, повреждение несущих конструкций. Тушение пожара в этих случаях значительно затрудняется и может осуществляться только звеньями газодымозащитной службы (ГЗДС) по повышенному номеру [13], а проведение ремонтно-восстановительных работ (РВР) на автостоянке (Рис.1-в) потребует значительных временных и ресурсных затрат.



а)

б)

в)

Рис.1. Подземная автостоянка (а), пожар (б) и его последствия (в). Фото из открытого доступа в интернете

В связи с этим целесообразно провести моделирование возможных опасных сценариев, включая пожары на автостоянках, используя математическое моделирование каскадных процессов развития ситуации. Для этого может быть применен математический аппарат цепей Маркова [15, 16].

### Краткие сведения о марковских процессах

Сущность подхода, предложенного А.А.Марковым в 1906 г. и развитого его последователями, заключается в следующем (сокращённо):

а) составляется перечень из  $n$  состояний  $\{S\}$ , в которых может пребывать исследуемый объект (в данном случае автостоянка);

б) исходя из логики развития процесса, состояния  $\{S\}$  соединяются соответствующими направленными дугами  $\{l_{ij}\}$ , образуя граф переходов – марковскую цепь;

в) придав эти дугам «веса» в виде вероятностей переходов  $\{p_{ij}\}$ , образуют матрицу переходов

$P$  (сумма вероятностей в каждой строке =1);

г) по информации о начальных вероятностях  $[P_1^0, \dots, P_n^0]$  состояний  $\{S\}$  на основе матрицы

$P$  пошагово рассчитывают динамику вероятностей  $[P_1^k, \dots, P_n^k]$  ( $k$  – номер шага);

д) определяют конечные вероятности  $[P_1^K, \dots, P_n^K]$  на  $K$ -ом шаге вычислений, когда вероятности состояний стабилизируются.

По численным значениям конечных вероятностей  $[P_1^K, \dots, P_n^K]$  можно сделать вывод о стабилизовавшемся состоянии объекта и посчитать его либо приемлемым, либо изменить вероятности переходов  $\{p_{ij}\}$ , чтобы конечные вероятности  $[P_1^K, \dots, P_n^K]$  оказались в рамках допустимых значений.

Такой подход соответствует марковским процессам с *дискретным временем*, пошаговый порядок расчёта описан в монографии [16] и проиллюстрирован в публикациях [17, 18] на примере систем противопожарной защиты. К его недостаткам можно отнести некоторую сложность в задании вероятностей переходов  $\{p_{ij}\}$  и трудоёмкость пошаговых расчётов величин  $[P_1^K, \dots, P_n^K]$ , что требует применения численных методов (создана компьютерная программа, расчёты с использованием которой приведены в [17, 18]).

Для упрощения оценки конечных вероятностей  $[P_1^K, \dots, P_n^K]$  было предложено находить их из решения системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 0 = -\sum_{i \neq 1}^n p_{1i} P_1^K + p_{21} P_2^K + p_{31} P_3^K + \dots + p_{n1} P_n^K, \\ 0 = p_{12} P_1^K - \sum_{i \neq 2}^n p_{2i} P_2^K + p_{32} P_3^K + \dots + p_{n2} P_n^K, \\ 0 = p_{13} P_1^K + p_{23} P_2^K - \sum_{i \neq 3}^n p_{3i} P_3^K + \dots + p_{n3} P_n^K, \\ \dots \\ 0 = p_{1n} P_1^K + p_{2n} P_2^K + p_{3n} P_3^K + \dots - \sum_{i \neq n}^n p_{ni} P_n^K, \end{cases} \quad (1)$$

что позволяет использовать стандартные пакеты программ, а в ряде случаев находить вероятности  $[P_1^K, \dots, P_n^K]$  аналитически.

Важный шаг в развитии марковских методов был сделан в конце 20-х годов XX века А.Н.Колмогоровым, который показал, что при наличии пределов

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{p_{ij}(t, t+\Delta t)}{\Delta t} = \lambda_{ij} \quad (2)$$

$(p_{ij}(t, t+\Delta t))$  - вероятность перехода из состояния  $i$  в состояние  $j$  за время от  $t$  до  $t+\Delta t$ ) вместо вероятностей переходов  $\{p_{ij}\}$  можно использовать интенсивности переходов  $\{\lambda_{ij}\}$ , размерность которых обратна времени. Интенсивности  $\{\lambda_{ij}\}$  можно интерпретировать как число событий в единицу времени, что облегчает их определение и задание в количественном виде.

Такой подход соответствует процессам с непрерывным временем и позволяет перейти к системе из  $n$  (по числу состояний  $\{S\}$ ) линейных дифференциальных уравнений 1-го порядка

$$\begin{cases} \frac{dP_1}{dt} = f_1(P_1, \dots, P_n, \{\lambda_{ij}\}), \\ \dots \\ \frac{dP_n}{dt} = f_n(P_1, \dots, P_n, \{\lambda_{ij}\}) \end{cases} \quad (3)$$

( $f_1, \dots, f_n$  – функции, обусловливаемые графом переходов), решение которых при начальных условиях  $[P_1^0, \dots, P_n^0]$  позволяет найти динамику вероятностей  $[P_1(t), \dots, P_n(t)]$  состояний объекта и в ряде случаев может быть получено аналитически.

Для стационарного случая, когда  $t \rightarrow \infty$  и производные в левых частях уравнений (3) обнулятся, получим систему из  $n$  алгебраических уравнений

$$\begin{cases} 0 = f_1(P_1, \dots, P_n, \{\lambda_{ij}\}), \\ \dots \\ 0 = f_n(P_1, \dots, P_n, \{\lambda_{ij}\}), \end{cases} \quad (4)$$

из которых можно найти установившиеся вероятности состояний  $\{S\}$  как функции интенсивностей переходов:  $P_1(\{\lambda_{ij}\}), \dots, P_n(\{\lambda_{ij}\})$ . Такой подход, в частности, нашёл широкое применение в теории массового обслуживания [16, 19, 20].

### Математическое моделирование каскадных процессов при пожаре на автостоянке

Марковские цепи применимы и к описанию особенностей пожара на автостоянках, который может носить каскадный характер [10, 11]. Для примера можно рассмотреть три сценария пожара: когда горит одна машина, когда горят две машины и когда горят три машины, с последующими тушением и проведением РВР для скорейшего ввода автостоянки в эксплуатацию. Графики перехода для вышеупомянутых сценариев представлены на Рис.2, а пояснения состояний приведены в Табл.1. Нетрудно увидеть, что таким образом можно представить и более сложные сценарии

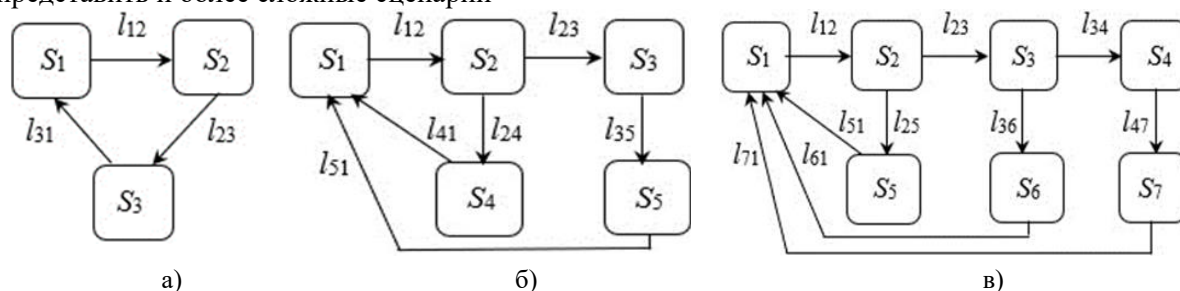


Рис.2. Примеры графов переходов для марковской цепи с тремя (а), пятью (б) и семью (в) состояниями, соответствующими горению одного, двух и трёх автомобилей

Табл.1. Состояния процессов при каскадном развитии пожара на автостоянке

Сценарий	Состояния $\{S\}$	Переходы $\{l_{ij}\}$	Граф
1	$S_1$ – нормальное функционирование автостоянки; $S_2$ – горит один автомобиль; $S_3$ – автомобиль потушен	$l_{12}$ – возгорание автомобиля; $l_{23}$ – тушение автомобиля; $l_{31}$ – проведение небольших РВР (анализ состояния несущих конструкций и кабельного хозяйства, удаление копоти и обломков, косметический ремонт)	Рис.2-а
2	$S_1, S_2$ как в сценарии 1; $S_3$ – горят 2 автомобиля; $S_4$ – один автомобиль потушен; $S_5$ – два автомобиля потушены	$l_{12}$ – возгорание автомобиля; $l_{23}$ – возгорание соседнего автомобиля; $l_{24}$ – тушение автомобиля; $l_{35}$ – тушение двух автомобилей; $l_{41}$ – проведение небольших РВР; $l_{51}$ – проведение значительных РВР	Рис.2-б
3	$S_1 \div S_3$ как в сценарии 2; $S_5$ – один автомобиль потушен; $S_6$ – два автомобиля потушены;	$l_{12}$ – возгорание автомобиля; $l_{23}$ – возгорание соседнего автомобиля; $l_{34}$ – возгорание 3-го автомобиля; $l_{25}$ – тушение автомобиля; $l_{36}$ – тушение двух	Рис.2-в

$S_7$ – три автомобиля потушены	автомобилей; $l_{47}$ – тушение 3-х автомобилей; $l_{51}$ – проведение небольших РВР; $l_{61}$ – проведение значительных РВР; $l_{71}$ – проведение крупных РВР
---------------------------------	---

В рамках процессов с *дискретным временем* матрицы  $P$  (индекс соответствует сценарию) имеют вид:

$$P_1 = \begin{bmatrix} 1-p_{12} & p_{12} & 0 \\ 0 & 1-p_{23} & p_{23} \\ p_{31} & 0 & 1-p_{31} \end{bmatrix}, P_2 = \begin{bmatrix} 1-p_{12} & p_{12} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1-p_{23}-p_{24} & p_{23} & p_{24} & 0 \\ 0 & 0 & 1-p_{35} & 0 & p_{35} \\ p_{41} & 0 & 0 & 1-p_{41} & 0 \\ p_{51} & 0 & 0 & 0 & 1-p_{51} \end{bmatrix},$$

$$P_3 = \begin{bmatrix} 1-p_{12} & p_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1-p_{23}-p_{25} & p_{23} & 0 & p_{25} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1-p_{34}-p_{36} & p_{34} & 0 & p_{36} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1-p_{47} & 0 & 0 & p_{47} \\ p_{51} & 0 & 0 & 0 & 1-p_{51} & 0 & 0 \\ p_{61} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1-p_{61} & 0 \\ p_{71} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1-p_{71} \end{bmatrix}.$$

Применение марковского подхода применительно оценке рассмотрим на примерах.

**Пример 1.** Пусть при первом сценарии (Рис.2-а, Табл.1) в подземной автостоянке вероятность возгорания автомобиля за анализируемый период  $p_{12}=0,001$ , вероятность тушения  $p_{23}=0,2$ , вероятность своевременного проведения РВР  $p_{31}=0,03$  (данные вероятности заданы условно), а в начальный момент автостоянка работает в нормальном режиме:  $P_1^0 = 1$  (очевидно:  $P_2^0 = P_3^0 = 0$ ). Тогда матрица переходов  $P_1$  принимает вид:

$$P_1 = \begin{bmatrix} 0,999 & 0,001 & 0 \\ 0 & 0,800 & 0,200 \\ 0,030 & 0 & 0,970 \end{bmatrix}.$$

**Табл.2. Результаты моделирования каскадного развития пожара на автостоянке**

$k$	$P_1^k$	$P_2^k$	$P_3^k$	$k$	$P_1^k$	$P_2^k$	$P_3^k$	$P_4^k$	$P_5^k$	$k$	$P_1^k$	$P_2^k$	$P_3^k$	$P_4^k$	$P_5^k$	$P_6^k$	$P_7^k$
0	1.000	.0000	.0000	1.000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	1.000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
1	.9990	.0010	.0000	.9990	.0010	.0000	.0000	.0000	.0000	.9990	.0010	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
2	.9980	.0018	.0002	.9980	.0017	.0002	.0001	.0000	.0000	.9980	.0017	.0002	.0000	.0001	.0000	.0000	.0000
3	.9970	.0024	.0006	.9970	.0023	.0005	.0001	.0000	.0000	.9970	.0023	.0005	.0001	.0002	.0000	.0000	.0000
4	.9960	.0029	.0010	.9960	.0027	.0010	.0002	.0000	.0000	.9950	.0030	.0010	.0004	.0004	.0001	.0000	.0000
5	.9951	.0034	.0016	.9950	.0030	.0015	.0004	.0001	.0000	.9902	.0036	.0019	.0023	.0013	.0004	.0002	.0000
6	.9941	.0037	.0022	.9940	.0033	.0020	.0005	.0001	.0000	.9812	.0038	.0022	.0067	.0029	.0013	.0019	.0000
7	.9932	.0039	.0029	.9911	.0037	.0038	.0010	.0004	.0000	.9731	.0038	.0021	.0099	.0041	.0020	.0049	.0000
8	.9923	.0041	.0036	.9902	.0038	.0044	.0011	.0006	.0000	.9659	.0037	.0021	.0120	.0050	.0026	.0086	.0000
9	.9914	.0043	.0043	.9812	.0039	.0094	.0025	.0030	.0000	.9595	.0037	.0021	.0133	.0057	.0031	.0126	.0000
10	.9905	.0044	.0050	.9732	.0039	.0128	.0036	.0065	.0000	0.9367	.0036	.0021	.0153	.0069	.0045	.0309	.0000
20	.9831	.0049	.0120	.9663	.0039	.0150	.0043	.0104	.0000	0.9242	.0036	.0020	.0153	.0071	.0049	.0430	.0000
30	.9777	.0049	.0174	.9605	.0039	.0165	.0049	.0143	.0000	0.9171	.0035	.0020	.0152	.0071	.0050	.0501	.0000
40	.9737	.0049	.0214	.9433	.0038	.0187	.0060	.0282	.0000	0.9131	.0035	.0020	.0151	.0070	.0050	.0542	.0000
50	.9708	.0049	.0243	.9371	.0037	.0188	.0062	.0341	.0000	0.9108	.0035	.0020	.0150	.0070	.0050	.0566	.0000
100	.9647	.0048	.0305	.9350	.0037	.0187	.0062	.0363	.0000	0.9088	.0035	.0020	.0150	.0070	.0050	.0588	.0000
150	.9634	.0048	.0318	.9343	.0037	.0187	.0062	.0370	.0000	0.9081	.0035	.0020	.0150	.0070	.0050	.0595	.0000
200	.9632	.0048	.0320	.9341	.0037	.0187	.0062	.0372	.0000	0.9079	.0035	.0020	.0150	.0070	.0050	.0597	.0000
205	.9631	.0048	.0320	.9340	.0037	.0187	.0062	.0373	.0000	0.9078	.0035	.0020	.0150	.0070	.0050	.0598	.0000
206	.9631	.0048	.0320	.9340	.0037	.0187	.0062	.0373	.0000	0.9078	.0035	.0020	.0150	.0070	.0050	.0598	.0000
207	.9631	.0048	.0320	.9340	.0037	.0187	.0062	.0373	.0000	0.9078	.0035	.0020	.0150	.0070	.0050	.0598	.0000
K	.9631	.0048	.0321	.9340	.0037	.0187	.0062	.0374	.0000	.9078	.0035	.0020	.0150	.0070	.0049	.0598	.0000

Проведенное моделирование пошаговым методом [16] (левая часть Табл.2) показало, что процесс пожара-тушения-восстановления автостоянки стабилизируется на 208-м шаге ( $K=208$ ), вероятности состояний (Табл.1) равны:  $P_1^{208}=0,9631$ ;  $P_2^{208}=0,0048$ ;  $P_3^{208}=0,0321$ . Из полученных

результатов следует, что из 100 стоянок подобного типа более 96 будут работать в нормальном режиме, а менее, чем в 0,5% случаев возможны пожары.

**Пример 2.** Пусть при втором сценарии (Рис.2-б, Табл.1) пожар принимает каскадный характер. Как и ранее,  $p_{12}=0,001$ , пусть вероятность перехода пожара на соседний автомобиль  $p_{23}=0,2$ , вероятность тушения одного автомобиля  $p_{24}=0,05$ , двух автомобилей  $p_{35}=0,04$ , вероятность своевременного проведения РВР после пожара одного автомобиля  $p_{41}=0,03$ , после пожара двух автомобилей  $p_{51}=0,02$ . Как и ранее, начальный момент  $P_1^0 = 1; P_2^0 = \dots = P_5^0 = 0$ . Матрица **P2** имеет вид:

$$P_2 = \begin{bmatrix} 0,999 & 0,001 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,750 & 0,200 & 0,050 & 0 \\ 0 & 0 & 0,960 & 0 & 0,040 \\ 0,030 & 0 & 0 & 0,970 & 0 \\ 0,020 & 0 & 0 & 0 & 0,980 \end{bmatrix}.$$

Процесс возгорания-тушения-восстановления стабилизируется позже - на 414-м шаге (средняя часть таблицы 2,  $K=414$ ), вероятности состояний:  $P_1^{414}=0,934$ ;  $P_2^{414}=0,0037$ ;  $P_3^{414}=0,0187$ ;  $P_4^{414}=0,0062$ ;  $P_5^{414}=0,0374$ . Из результатов моделирования следует, что если пожар автомобиля не будет оперативно потушен и пример каскадный характер (перейдет на соседний автомобиль),

то вероятность нормальной работы автостоянки снизится до 93,4%.

**Пример 3.** Пусть при третьем сценарии (Рис.2-в, Табл.1), как и ранее,  $p_{12}=0,001$ . При каскадном развитии пожара вероятность возгорания соседнего автомобиля  $p_{23}=0,2$ , а вероятность возгорания другого автомобиля  $p_{34}=0,3$ . Пусть вероятность тушения первого автомобиля  $p_{25}=0,06$ , вероятность тушения двух автомобилей  $p_{36}=0,05$ , трёх автомобилей –  $p_{47}=0,04$ . Пусть вероятности своевременного проведения РВР соответственно:  $p_{51}=0,03$ ;  $p_{61}=0,02$ ;  $p_{71}=0,01$ . Как и ранее, в начальный момент  $P_1^0 = 1; P_2^0 = \dots = P_7^0 = 0$ . Матрица **P3** имеет вид:

$$P_3 = \begin{bmatrix} 0,999 & 0,001 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,740 & 0,200 & 0 & 0,060 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,650 & 0,300 & 0 & 0,050 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,960 & 0 & 0 & 0,040 \\ 0,030 & 0 & 0 & 0 & 0,970 & 0 & 0 \\ 0,020 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,980 & 0 \\ 0,010 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,990 \end{bmatrix}.$$

Результаты пошагового моделирования вероятностей состояний автостоянки при каскадном развитии пожара приведены в правой части таблицы 2 и показывают, что процесс стабилизируется на 999-м шаге ( $K=999$ ),  $P_1^{999}=0,9078$ ;  $P_2^{999}=0,0035$ ;  $P_3^{999}=0,0020$ ;  $P_4^{999}=0,0150$ ;  $P_5^{999}=0,0070$ ;  $P_6^{999}=0,0049$ ;  $P_7^{999}=0,0598$ . Если допустить каскадное горение 3-х автомобилей, то вероятность нормальной работы автостоянки снизится до 90,78%.

Установившиеся вероятности  $[P_1^K, \dots, P_n^K]$  можно найти и другим способом – из системы уравнений (1). Например, для 1-го сценария эта система уравнений принимает вид:

$$\begin{cases} 0 = -(p_{12} + p_{13})P_1^K + p_{21}P_2^K + p_{31}P_3^K, \\ 0 = p_{12}P_1^K - (p_{21} + p_{23})P_2^K + p_{32}P_3^K, \\ 0 = p_{13}P_1^K + p_{23}P_2^K - (p_{31} + p_{32})P_3^K, \end{cases} = \begin{cases} 0 = -0,001P_1^K + 0,03P_3^K, \\ 0 = 0,001P_1^K - 0,2P_2^K, \\ 0 = 0,2P_2^K - 0,03P_3^K. \end{cases} \quad (5)$$

Решение системы линейных уравнений (5) позволяет найти значения вероятностей  $P_1^K=0,9631$ ;  $P_2^K=0,0048$ ;  $P_3^K=0,0321$ . Они полностью совпадают с соответствующими вероятностями, полученными в 1-м примере пошаговым методом.

Для 2-го сценария система уравнений (1) принимает вид (подставлены численные значения  $\{p_{ij}\}$ , как в Примере 2):

$$\begin{cases} 0 = -0,001P_1^K + 0,03P_4^K + 0,02P_5^K, \\ 0 = 0,001P_1^K - (0,2 + 0,05)P_2^K, \\ 0 = 0,2P_2^K - 0,04P_3^K, \\ 0 = 0,05P_2^K - 0,03P_4^K, \\ 0 = 0,04P_3^K - 0,02P_5^K, \end{cases} \quad (6)$$

из решения которой получаем:  $P_1^K=0,934$ ;  $P_2^K=0,0037$ ;  $P_3^K=0,0187$ ;  $P_4^K=0,0062$ ;  $P_5^K=0,0374$ . Эти вероятности также совпадают с соответствующими вероятностями, полученными в 2-м примере пошаговым методом.

Для 3-го сценария система уравнений (1) принимает вид (подставлены численные значения  $\{p_{ij}\}$  как в примере 3):

$$\begin{cases} 0 = -0,001P_1^K + 0,03P_5^K + 0,02P_6^K + 0,01P_7^K, \\ 0 = 0,001P_1^K - (0,2 + 0,06)P_2^K, \\ 0 = 0,2P_2^K - (0,3 + 0,05)P_3^K, \\ 0 = 0,3P_3^K - 0,04P_4^K, \\ 0 = 0,06P_2^K - 0,03P_5^K, \\ 0 = 0,05P_3^K - 0,02P_6^K, \\ 0 = 0,04P_4^K - 0,01P_7^K. \end{cases} \quad (7)$$

Из решения системы линейных уравнений (7) получаем:  $P_1^K=0,9078$ ;  $P_2^K=0,0035$ ;  $P_3^K=0,002$ ;  $P_4^K=0,015$ ;  $P_5^K=0,007$ ;  $P_6^K=0,0049$ ;  $P_7^K=0,0598$ , что также совпадает с результатами 3-го примера. Нетрудно проверить, что во всех случаях соблюдается равенство:  $\sum_{i=1}^n P_i^K = 1$ . На это же равенство можно заменить любое уравнение в системах (5)-(7) соответственно.

Подобным образом можно смоделировать каскадное развитие пожара на автостоянке при горении 4-х (выведены соответствующие уравнения, но ввиду их громоздкости здесь не приводятся) и большего числа машин.

Тем не менее, подход с использованием марковских цепей с дискретным временем имеет недостатки: сложность задания вероятностей переходов  $\{p_{ij}\}$ , трудоёмкость вычислений и невозможность получения результирующих аналитических выражений (хотя в работе [17] такие выражения были получены для частного случая). Это делает актуальным применение марковских цепей с *непрерывным временем*.

Полагая, что предел (2) существует и, заменив  $\{l_{ij}\}$  на  $\{\lambda_{ij}\}$ , получаем системы дифференциальных уравнений (3) в конкретном виде - средняя часть таблицы 3. Аналитическое решение уравнений (3) для сценария 1 приведено в работе [21]. Интересно заметить, что

в средней части таблицы 3 выражения (3) для стационарного случая (при  $dP_i/dt \rightarrow 0$ ) аналогичны уравнениям (5)-(7), что подтверждает общность марковских цепей с дискретным и непрерывным временем. В правой части Табл.3 приведены общие аналитические решения.

**Пример 4.** Пусть для первого сценария (Рис.2-а) заданы интенсивности переходов:  $\lambda_{12}=0,001$ ,  $\lambda_{23}=0,2$ ,  $\lambda_{31}=0,03$  (физическая размерность, например, час<sup>-1</sup>). Воспользовавшись выражениями в правой части Табл.3, получаем:

$$P_1 = \left(1 + \frac{0,001}{0,2} + \frac{0,001}{0,03}\right)^{-1} \approx (1 + 0,005 + 0,0333)^{-1} \approx 0,9631;$$

$$P_2 = \frac{0,001}{0,2} 0,9631 \approx 0,0048; \quad P_3 = \frac{0,001}{0,03} 0,9631 \approx 0,0321.$$

Как видим, установившиеся вероятности состояний автостоянки, полученные с использованием марковских цепей с непрерывным временем, совпадают с аналогичными вероятностями, полученными в примере 1 с использованием марковских цепей с дискретным временем.

**Табл.3. Системы дифференциальных уравнений для сценариев пожара на автостоянке**

Сценарий	Уравнения (3)	Решения для стационарного случая
1 (Рис.2-а)	$\frac{dP_1}{dt} = \lambda_{31}P_2 - \lambda_{12}P_1;$ $\frac{dP_2}{dt} = \lambda_{12}P_1 - \lambda_{23}P_2;$ $\frac{dP_3}{dt} = \lambda_{23}P_2 - \lambda_{31}P_3.$	$P_1^{-1} = 1 + \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{23}} + \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{31}};$ $P_2 = \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{23}} P_1, P_3 = \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{31}} P_1.$
2 (Рис.2-б)	$\frac{dP_1}{dt} = \lambda_{41}P_4 + \lambda_{51}P_5 - \lambda_{12}P_1;$ $\frac{dP_2}{dt} = \lambda_{12}P_1 - (\lambda_{23} + \lambda_{24})P_2;$ $\frac{dP_3}{dt} = \lambda_{23}P_2 - \lambda_{35}P_3;$ $\frac{dP_4}{dt} = \lambda_{24}P_2 - \lambda_{41}P_4;$ $\frac{dP_5}{dt} = \lambda_{25}P_2 - \lambda_{51}P_5.$	$P_1^{-1} = 1 + \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{23} + \lambda_{24}} \left( 1 + \frac{\lambda_{23}}{\lambda_{35}} + \frac{\lambda_{24}}{\lambda_{41}} + \frac{\lambda_{23}}{\lambda_{51}} \right);$ $P_2 = \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{23} + \lambda_{24}} P_1; P_3 = \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{23} + \lambda_{24}} \cdot \frac{\lambda_{23}}{\lambda_{35}} P_1;$ $P_4 = \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{23} + \lambda_{24}} \cdot \frac{\lambda_{24}}{\lambda_{41}} P_1;$ $P_5 = \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{23} + \lambda_{24}} \cdot \frac{\lambda_{23}}{\lambda_{51}} P_1.$
3 (Рис.2-в)	$\frac{dP_1}{dt} = \lambda_{51}P_5 + \lambda_{61}P_6 + \lambda_{71}P_7 - \lambda_{12}P_1;$ $\frac{dP_2}{dt} = \lambda_{12}P_1 - (\lambda_{23} + \lambda_{25})P_2;$ $\frac{dP_3}{dt} = \lambda_{23}P_2 - (\lambda_{34} + \lambda_{36})P_3;$ $\frac{dP_4}{dt} = \lambda_{34}P_3 - \lambda_{47}P_4;$ $\frac{dP_5}{dt} = \lambda_{25}P_2 - \lambda_{51}P_5;$ $\frac{dP_6}{dt} = \lambda_{36}P_3 - \lambda_{61}P_6;$ $\frac{dP_7}{dt} = \lambda_{47}P_4 - \lambda_{71}P_7.$	$P_1^{-1} = 1 + \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{23} + \lambda_{25}} \left( 1 + \frac{\lambda_{25}}{\lambda_{51}} \right) +$ $+ \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{23} + \lambda_{24}} \cdot \frac{\lambda_{23}}{\lambda_{34} + \lambda_{36}} \left( 1 + \frac{\lambda_{34}}{\lambda_{47}} + \frac{\lambda_{36}}{\lambda_{61}} + \frac{\lambda_{34}}{\lambda_{71}} \right);$ $P_2 = \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{23} + \lambda_{25}} P_1; P_3 = \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{23} + \lambda_{25}} \cdot \frac{\lambda_{23}}{\lambda_{34} + \lambda_{36}} P_1;$ $P_4 = \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{23} + \lambda_{25}} \cdot \frac{\lambda_{23}}{\lambda_{34} + \lambda_{36}} \cdot \frac{\lambda_{34}}{\lambda_{47}} P_1;$ $P_5 = \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{23} + \lambda_{25}} \cdot \frac{\lambda_{25}}{\lambda_{51}} P_1;$ $P_6 = \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{23} + \lambda_{25}} \cdot \frac{\lambda_{23}}{\lambda_{34} + \lambda_{36}} \cdot \frac{\lambda_{36}}{\lambda_{61}} P_1;$ $P_7 = \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{23} + \lambda_{25}} \cdot \frac{\lambda_{23}}{\lambda_{34} + \lambda_{36}} \cdot \frac{\lambda_{34}}{\lambda_{71}} P_1.$

Нетрудно убедиться, что результаты оценок вероятностей состояний автостоянки для сценариев 2 и 3, найденные с использованием цепей Маркова с непрерывным временем, совпадают с аналогичными результатами, полученными в примерах 2 и 3, что подтверждает их правильность.

### Заключение

Таким образом, в статье рассмотрены сценарии каскадного развития пожара на подземной автостоянке и получены согласующиеся оценки вероятностей состояний автостоянки двумя способами - с использованием цепей Маркова с дискретным и непрерывным временем.



В дальнейшем представляется целесообразным рассмотреть сценарии каскадного развития ситуации, когда помимо пожара на автостоянке автомобиля на жидком топливе существует риск взрыва газобаллонного автомобиля.

#### Список источников

1. СП 113.13330.2023 «СНиП 21-02-99. Стоянки автомобилей»: приказ Минстроя России от 05.10.2023 № 718/пр.
2. Пожар в гараже Alkmaar Singel очень напоминает разрушительный пожар в Appelaar в Харлеме 10 лет назад. [Электронный ресурс] // <https://www.haarlemsdagblad.nl>: – Режим доступа: URL:[https://www.haarlemsdagblad.nl/cnt/dmf20200701\\_46183633?utm\\_source=google&utm\\_medium=organic](https://www.haarlemsdagblad.nl/cnt/dmf20200701_46183633?utm_source=google&utm_medium=organic) (дата обращения: 10.05.2020).
3. Пожар под Вандомской площадью [Электронный ресурс] // <https://www.leparisien.fr>: – Режим доступа: URL: <https://www.leparisien.fr/paris-75/paris-75001/le-feu-sous-la-place-vendome-09-03-2012-1896665.php> (дата обращения 10.04.2021).
4. Горит подземный паркинг [Электронный ресурс] // <https://www.feuerwehrmagazin.de>: – Режим доступа: URL: <https://www.feuerwehrmagazin.de/wissen/jahreswechsel-mit-vielen-grossbraenden-47692> (дата обращения: 15.04.2021).
5. Дорожкин А.С., Минкин Д.Ю., Таранцев А.А. Проблема пожарной опасности подземных автостоянок // Проблемы управления рисками в техносфере. – 2015. – №1 (33). – С.13-18.
6. Дорожкин А.С., Сморгы В.В., Таранцев А.А. Проблемы обеспечения пожарной безопасности подземных автостоянок // Комплексная безопасности и физическая защита. V Мемориальный семинар проф. Б.Е. Гельфанда: материалы XII Международной конференции, Санкт-Петербург, 4-7.10.2016. – СПб.: СПбУ ГПС МЧС России, 2016. – С. 19-27.
7. Поташев Д.А., Таранцев А.А., Шидловский Г.Л. Особенности распространения опасных факторов пожаров в подземных стоянках автомобилей // Проблемы управления рисками в техносфере. – 2020. – №1 [53]. – С. 43-52.
8. Поташев Д.А., Таранцев А.А., Шидловский Г.Л. Особенности развития пожаров автомобилей в подземных автостоянках и их тушение // Проблемы управления рисками в техносфере. – 2021. – №1 [57]. – С.108-115.
9. Технический регламент о требованиях пожарной безопасности: федеральный закон РФ от 22.07.2008 г. №123-ФЗ (в редакции от 14.07.2022).
10. Матвеев А.В., Поташев Д.А., Таранцев А.А., Шкитронов М.Е. О моделировании каскадного развития ЧС при пожарах в подземных автостоянках // Проблемы управления рисками в техносфере. – 2023. – №3 (67). – С. 131-140.
11. Кожевин Д.Ф., Поташев, Д.А., Таранцев А.А. О каскадном развитии взрывопожарной ситуации на автостоянке // Вестник СПбУ ГПС МЧС России. – 2023. - №4. – С.16-25.
12. СП 485.1311500 Системы противопожарной защиты. Установки пожаротушения автоматические. Нормы и правила проектирования //Консорциум Кодекс: сайт. -URL: <https://docs.cntd.ru/document/573004280> (дата обращения 10.04.2021).
13. Боевой устав подразделений пожарной охраны, определяющий порядок организации тушения пожаров и проведения аварийно-спасательных работ (с изменениями). Приказ МЧС от 16.10.2017 г. № 444.
14. Турсенев С.А., Решетов А.П., Клюй В.В., Косенко Д.В. Пожарная тактика: справочник специалиста. – СПб.: Санкт-Петербургский университет ГПС МЧС России, 2019. – 140 с.
15. Кемени Д., Снелл Д. Конечные цепи Маркова. М.: Наука, 1970. 271 с.
16. Вентцель Е.С. Исследование операций. М.: Советское радио, 1972, 552 с.
17. Танклевский Л.Т., Зыбина О.А., Таранцев А.А. О применение марковских цепей к задачам поддержания готовности организационных и технических систем // XXI век: итоги прошлого и проблемы настоящего +, №2(62), т.12, 2023, с.26-34.

18. Танклевский Л.Т., Таранцев А.А., Бабиков И.А. Метод управления поддержанием готовности средств противопожарной защиты с использованием марковских цепей // Вестник СПбУ ГПС МЧС России, №4, 2022, с.60-69.
19. Таранцев А.А. Инженерные методы теории массового обслуживания. Монография. – Изд. 2-е, перераб. и доп. - СПб.: Наука, 2007. – 175 с.
20. Кирпичников А.П. Прикладная теория массового обслуживания. – Казань: Изд-во КазГУ, 2008. – 118 с.
21. Таранцев А.А., Маринов М.Л., Коновалов И.Н. О способе моделирования пожаровзрывоопасных ситуаций на паромках и плавучих автостоянках с использованием цепей Маркова // Морские интеллектуальные технологии. 2024. № 1 часть 1, С. 270—275. DOI: 10.37220/МИТ.2024.63.1.032.

## References

1. SP 113.13330.2023 "SNIp 21-02-99. Parking lots": order of the Ministry of Construction of the Russian Federation dated 05.10.2023 No. 718/etc.
2. The fire in the Alkmaar Singel garage is very similar to the devastating Appelaar fire in Haarlem 10 years ago. [Electronic resource] // <https://www.haarlemsdagblad.nl> : – Access mode: URL: [https://www.haarlemsdagblad.nl/cnt/dmf20200701\\_46183633?utm\\_source=google&utm\\_medium=organic](https://www.haarlemsdagblad.nl/cnt/dmf20200701_46183633?utm_source=google&utm_medium=organic) (accessed: 05/10/2020).
3. Fire under Vendome Square [Electronic resource] // <https://www.leparisien.fr>: – Access mode: URL: <https://www.leparisien.fr/paris-75/paris-75001/le-feu-sous-la-place-vendome-09-03-2012-1896665.php> (accessed 04/10/2021).
4. The underground parking is on fire [Electronic resource] // <https://www.feuerwehrmagazin.de> : – Access mode: URL: <https://www.feuerwehrmagazin.de/wissen/jahreswechsel-mit-vielen-grossbraenden-47692> (date of reference: 04/15/2021).
5. Dorozhkin A.S., Minkin D.Yu., Tarantsev A.A. The problem of fire danger of underground parking lots // Problems of risk management in the technosphere. – 2015. – №1 (33). – Pp.13-18.
6. Dorozhkin A.S., Smorygo V.V., Tarantsev A.A. Problems of ensuring fire safety of underground parking lots // Complex safety and physical protection. V. Memorial seminar of Prof. B.E. Gelfand: materials of the XII International Conference, St. Petersburg, 4-7.10.2016. - St. Petersburg: SPbU GPS of the Ministry of Emergency Situations of Russia, 2016. – pp. 19-27.
7. Potashev D.A., Tarantsev A.A., Shidlovsky G.L. Features of the spread of dangerous factors of fires in underground parking lots // Problems of risk management in the technosphere. – 2020. – №1 [53]. – Pp. 43-52.
8. Potashev D.A., Tarantsev A.A., Shidlovsky G.L. Features of the development of fires of motor vehicles in underground parking lots and their extinguishing // Problems of risk management in technosphere. – 2021. – №1 [57]. – Pp.108-115.
9. Technical regulations on fire safety requirements: Federal Law of the Russian Federation dated 07/22/2008 No.123-FZ (as amended on 07/14/2022).
10. Matveev A.V., Potashev D.A., Tarantsev A.A., Shkitronov M.E. About modeling of emergency situations in case of fires in underground parking lots // Problems of risk management in the technosphere. – 2023. – №3 (67). – Pp. 131-140.
11. Kozhevnikov D.F., Potashev, D.A., Tarantsev A.A. On the cascade development of the explosion and fire situation in the parking lot // Bulletin of the SPbU GPS of the Ministry of Emergency Situations of Russia. – 2023. - No.4. – pp.16-25.
12. SP 485.1311500 Fire protection systems. Fire extinguishing installations are automatic. Design rules and regulations //The Codex Consortium: website. -URL: <https://docs.cntd.ru/document/573004280> (accessed 04/10/2021)13. The combat charter of fire protection units, which defines the procedure for organizing fire extinguishing and emergency rescue operations (as amended).
13. Order of the Ministry of Emergency Situations of 16.10.2017 No. 444.
14. Tursenev S.A., Reshetov A.P., Klyuy V.V., Kosenko D.V. Fire tactics: a specialist's reference. – St. Petersburg: St. Petersburg University of GPS of the Ministry of Emergency Situations of Russia, 2019. – 140 p.

15. Kemeni D., Snell D. Finite Markov chains. M.: Nauka, 1970. 271 p.
16. Wentzel E.S. Operations research. M.: Soviet Radio, 1972, 552 p.
17. Tanklevsky L.T., Zybina O.A., Tarantsev A.A. On the application of Markov chains to the tasks of maintaining the readiness of organizational and technical systems // XXI century: results of the past and problems of the present +, No.2(62), vol. 12, 2023, pp.26-34.
18. Tanklevsky L.T., Tarantsev A.A., Babikov I.A. Method of managing the maintenance of fire protection equipment using Markov chains // Bulletin of the SPbU GPS of the Ministry of Emergency Situations of Russia, No.4, 2022, pp.60-69.
19. Tarantsev A.A. Engineering methods of the theory of queuing. Monograph. – 2nd edition, revised. and additional - St. Petersburg: Nauka, 2007. – 175 p.
20. Kirpichnikov A.P. Applied theory of queuing. – Kazan: Publishing house of KazGU, 2008. – 118 p.
21. Tarantsev A.A., Marinov M.L., Kononov I.N. On the method of modeling fire and explosive situations on ferries and floating parking lots using Markov chains // Marine intelligent technologies. 2024. No. 1 part 1, pp. 270-275. DOI: 10.37220/MIT.2024.63.1.032.

#### Информация об авторах

А. А. Таранцев - доктор технических наук, профессор  
Заслуженный работник Высшей школы РФ  
С. А. Турсенев – кандидат технических наук, доцент  
В. В. Ключ – кандидат педагогических наук, доцент

#### Information about authors

A. A. Tarantsev – holder of an Advanced Doctorate (Doctor of Science) in Engineering Sciences  
Professor, Honored Worker of the Higher School of Russia  
S. A. Tursenev – Ph.D. of Engineering Sciences, Docent  
V. V. Kliuy - Ph.D. of Pedagogical Sciences, Docent

**Вклад авторов:** все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

**Contribution of the authors:** the authors contributed equally to this article. The authors declare no conflicts of interests.

Статья поступила в редакцию 24.05.2024; одобрена после рецензирования 05.06.2024; принята к публикации 17.06.2024.

The article was submitted 24.05.2024, approved after reviewing 05.06.2024, accepted for publication 17.06.2024.