

Научная статья
УДК 532.694.1:614.842.615
doi:10.34987/vestnik.sibpsa.2025.29.20.018

Проблемы применимости математических моделей для расчета скорости потока воздуха и диаметров пузырьков при генерировании воздушно-механических пен низкой кратности

Андрей Николаевич Камлюк

Университет гражданской защиты, Минск, Беларусь

<https://orcid.org/0000-0002-9347-0778>

Автор, ответственный за переписку: Андрей Николаевич Камлюк, kan@иср.by

Аннотация. Проведён комплексный анализ теоретических и экспериментальных данных, посвящённых процессу образования воздушно-механических пен низкой кратности, которые широко применяются в пожаротушении и смежных отраслях. В работе обоснованы усовершенствованные математические модели, позволяющие более точно рассчитывать скорости потока раствора пенообразователя и воздуха, а также определять минимальные и максимальные значения скоростей, при которых обеспечивается формирование пузырьков пены. Дополнительно предложены аналитические зависимости для оценки среднего диаметра пузырьков, что даёт возможность учитывать влияние ключевых параметров, таких как вязкость, поверхностное натяжение и геометрические характеристики пеногенерирующих устройств. Результаты исследования демонстрируют более высокую точность прогнозирования характеристик пены по сравнению с существующими методиками, что позволяет оптимизировать режимы работы оборудования и повысить эффективность его применения в различных условиях эксплуатации. Предложенные подходы могут быть полезны при разработке новых конструкций пеногенерирующих устройств и модернизации существующих систем пожаротушения, а также в технологических процессах, связанных с использованием пен.

Ключевые слова: пена, кратность, средний диаметр пузырька, скорость, дисперсность, устойчивость, капиллярное число

Для цитирования: Камлюк А.Н. Проблемы применимости математических моделей для расчета скорости потока воздуха и диаметров пузырьков при генерировании воздушно-механических пен низкой кратности // Сибирский пожарно-спасательный вестник. 2025. № 3 (38). С. 185-200. <https://doi.org/10.34987/vestnik.sibpsa.2025.29.20.018>.

Original article.

Problems of applicability of mathematical models for calculation of air flow velocity and bubble diameters in the generation of low-expansion air-mechanical foam

Andrey N. Kamluk

University of Civil Protection, Minsk, Belarus

<https://orcid.org/0000-0002-9347-0778>

Corresponding author: Andrey N. Kamluk, kan@ucp.by

Abstract. A comprehensive analysis of theoretical and experimental data on the formation processes of low-expansion air-mechanical foams, which are widely used in firefighting and related industries, has been carried out. This study substantiates improved mathematical models that allow more accurate calculation of the flow rates of the foaming agent solution and air, as well as determination of the minimum and maximum air flow velocities at which foam bubbles can form. Additionally, analytical dependencies are proposed for estimating the average bubble diameter, enabling consideration of key parameters such as viscosity, surface tension, and geometric characteristics of foam-generating devices. The results demonstrate higher accuracy in predicting foam characteristics compared to existing methods, making it possible to optimize equipment operating modes and improve efficiency under various operating conditions. The proposed approaches can be useful for the development of new foam-generating device designs and for the modernization of existing fire suppression systems, as well as in technological processes involving foam utilization.

Keywords: foam, expansion, average bubble diameter, velocity, dispersion, stability, capillary number

For citation: Kamluk A.N. Problems of applicability of mathematical models for calculation of air flow velocity and bubble diameters in the generation of low-expansion air-mechanical foam // Siberian Fire and Rescue Bulletin. 2025. № 3 (38). С. 185-200. (In Russ.) <https://doi.org/10.34987/vestnik.sibpsa.2025.29.20.018>.

Введение

Пены представляют собой крайне сложные и неустойчивые дисперсные системы, изучением фундаментальных свойств которых занимаются ученые, чьи области познаний лежат на стыке химических, физико-математических и технических наук. Наибольший интерес, с точки зрения их широкого применения, вызывают жидкие воздушно-механические низкократные пены (далее – пены) [1, с. 5–13, 275–285, 294–322]. Стабильность таких пен обеспечивается пенообразователями, основу которых составляют поверхностно-активные вещества (ПАВ). Пены находят применение в нефтегазовой отрасли для повышения продуктивности подземных пластов, во флотационных процессах обогащения полезных ископаемых, при концентрировании биомассы в биотехнологии, в очистке сточных вод, в качестве защитного противопылевого барьера при подземных работах, для снижения последствий взрывных ударных волн, а также как основной компонент пенного пожаротушения [1, с. 3]. По всем этим направлениям в настоящее время проводятся активные исследования [2–8].

Ключевыми характеристиками пен являются кратность, устойчивость и дисперсность. Кратность определяется как отношение объема образовавшейся пены к объему водного раствора пенообразователя (далее – раствора), из которого она получена. Устойчивость пены может оцениваться по нескольким показателям: устойчивость объема (время разрушения 25 % первоначального объема), устойчивость к синерезису (время выделения 50 % жидкой фазы), структурная устойчивость (время изменения среднего диаметра пузырька на 25 % от исходной величины) и другие. Дисперсность характеризуется величиной, обратно пропорциональной среднему диаметру пузырьков. На кратность, устойчивость и дисперсность значительное влияние оказывают физико-механические свойства раствора, метод смешивания фаз, конструктивные особенности пеногенерирующего устройства, а также режимы

пенообразования. Все эти характеристики тесно взаимосвязаны и зависят, прежде всего, от газосодержания, смачивающей способности раствора и капиллярных явлений. В данной работе под пеногенерирующими устройствами понимаются системы, способные формировать пену независимо от конструкции и способов подачи раствора и воздуха.

Определить, какая из характеристик пены является ведущей, затруднительно – это зависит от конкретной области применения. Так, только в последнее время стало ясно, как кратность пены влияет на эффективность тушения пожаров [9], или каким образом структура пены, а в частности ее дисперсность, воздействует на вкус пива [10, 11] или на результаты лечения при использовании пенной склеротерапии [12]. В зависимости от назначения требуемые свойства пены могут существенно различаться: для пожаротушения необходима устойчивая пена, тогда как в ряде случаев требуется менее стабильная пена, например, для удаления из жидкости определенных органических соединений.

Процесс образования пены крайне сложен из-за одновременного воздействия множества физико-химических, физико-механических и иных факторов. Характер зависимости параметров, описывающих процесс пенообразования, может значительно варьироваться в зависимости от конкретных условий технологического процесса или эксперимента. Множество изменяющихся факторов (Рис.1), учесть влияние которых бывает затруднительно, практически исключает возможность точного математического описания процессов пенообразования [8, с. 17].



Рис.1. Факторы, влияющие на свойства пены

Как оказалось, процесс образования даже одного пенного пузырька является нетривиальной задачей [13]. Поэтому подходы к решению вопросов пенообразования должны быть пошаговыми с учетом ввода дополнительных упрощений и приближений.

Данная работа посвящена теоретическим исследованиям процесса образования пены, применяемой при тушении пожаров. К основным методам генерирования пены можно отнести следующие:

1. Генерирование компрессионной пены – образование пузырьков на затопленном отверстии в камере смешения в результате подачи воздуха под давлением от компрессора.

2. Генерирование пены на сетке – образование пузырьков на незатопленном отверстии путем выдувания воздухом. Первый способ подобен выдуванию пузырьков через трубочку, свободный конец которой находится на дне стакана, заполненного жидкостью (затопленное отверстие), а второй – выдуванию мыльных пузырей через отверстие на проволочном каркасе с натянутой на нем пленкой (незатопленное отверстие).

Основные проблемы и принципы математического моделирования динамики сложных уникальных систем описаны в работе [14], где авторы на примерах показывают, как адекватная математическая модель позволяет прогнозировать развитие и деградацию системы, оценивать ее работоспособность и живучесть в заданных условиях, проверять гипотезы о причинах наблюдаемых явлений и нежелательных изменений состояния системы. Причем чем сложнее математическая модель, тем меньше шансов получить количественные выражения искомых величин. Поэтому в данной работе предложены простые математические модели, с помощью которых получены аналитические выражения для скорости потока воздуха (далее – скорость для выдувания пузырьков), а также для оценки диаметров получаемых пузырьков. В работе приняты следующие упрощения:

1. Каждый отдельно взятый пузырек образуется независимо от других пузырьков.
2. Пузырьки образуются в результате прохождения воздуха через затопленное отверстие (барботаж: пенная сепарация, колонная флотация, генерирование компрессионной пены) или незатопленное отверстие за счет выдувания на ячейках сетки пеногенерирующего устройства. Во втором случае скорости потока воздуха и капель жидкой фазы принимаются одинаковыми к моменту достижения ими сетки.
3. Ячейки сетки пеногенерирующего устройства могут иметь квадратную форму, однако при расчетах рассматриваются как окружности с диаметром, равным длине ребра ячейки.

Баланс сил как способ математического описания процесса пенообразования

Один из простых, но надежных подходов, применяемый при математическом описании сложных динамических процессов, связан с определением диаметра пузырька из условия равновесия сил в момент отрыва. На первой стадии силы прилипания превышают движущие силы, направленные вверх. С увеличением объема пузырька наступает баланс сил. Однако пузырек отрывается не мгновенно, а в течение определенного времени (стадия отрыва). Продолжительность этой стадии определяют по эмпирическим зависимостям. Анализ экспериментальных данных показал, что вычисление диаметра пузырька в момент установления баланса сил (без учета второго этапа образования пузырька) обуславливает погрешность, не превышающую 10 % в широких пределах изменения параметров [15, с. 126].

К силам, действующим на пузырек в момент отрыва, относятся: сила Архимеда, сила, обусловленная избыточным давлением газа и его импульсом, сила поверхностного натяжения, сила сопротивления и инерционная сила. Первые две силы способствуют подъему пузырька, а остальные три – препятствуют.

Подъемная сила Архимеда $F_{дв}$, возникающая из-за разности плотностей фаз дисперсной системы, выступает основной движущей силой и определяется выражением:

$$F_{дв} = \frac{\pi d_{п}^3 g (\rho_{ж} - \rho_{г})}{6}, \quad (1)$$

где, $d_{п}$ – диаметр пузырька, м; $\rho_{ж}$ – плотность раствора пенообразователя, кг/м³; $\rho_{г}$ – плотность воздуха, кг/м³; g – ускорение свободного падения, м/с².

Сила, возникающая вследствие избыточного давления газа и его импульса [15, с. 127]

$$F_{изб} = \frac{\pi d_{п}^2 g (p_{г(а)} - p_{ж(а)})}{4} + \frac{4 Q_{г}^2 \rho_{г}}{\pi d_{п}^2}, \quad (2)$$

где, $p_{г(а)}$, $p_{ж(а)}$ – давление газа и жидкости на уровне отверстий для подачи воздуха, Па; $Q_{г}$ – расход воздуха через отверстие, м³/с.

Сила прилипания $F_{пр}$ пузырька к материалу отверстия, в котором он формируется, определяется известным соотношением:

$$F_{пр} = \pi a \sigma \sin \theta, \quad (3)$$

где, θ – краевой угол смачивания (как правило, при расчете силы прилипания пузырька принимается равным 90°), градус; a – геометрический параметр сетки (диаметр), м; σ – коэффициент поверхностного натяжения, Н/м.

Сила гидравлического сопротивления среды F_c , препятствующая перемещению границы раздела фаз при росте пузырька на отверстии, вычисляется согласно закону Стокса:

$$F_c = 3\pi\eta d_{п} v_{отн}, \quad (4)$$

где, $v_{отн}$ – скорость перемещения границы раздела фаз относительно жидкости, м/с; η – коэффициент динамической вязкости раствора пенообразователя, Па·с.

При этом динамическая вязкость определяется по следующей зависимости:

$$\eta = \rho_{ж} \nu,$$

где, ν – кинематическая вязкость, м²/с.

При слабой конвекции жидкости относительная скорость перемещения границы раздела фаз может быть записана так:

$$v_{отн} = \frac{dr_{п}}{dt},$$

где, $r_{п} = d_{п}/2$ – радиус пузырька, м.

Из уравнения сплошности течения газа получаем равенство его объемного расхода приращению объема пузырька:

$$\pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 v dt = 4\pi \left(\frac{d_{п}}{2}\right)^2 dr_{п},$$

где, v – скорость воздуха для выдувания пузырьков, м/с.

Из последнего равенства выражается скорость перемещения границы раздела фаз относительно жидкости:

$$\frac{dr_{п}}{dt} = \frac{va^2}{4d_{п}^2}.$$

Инерционная сила обусловлена ускоренным движением пузырька и присоединенной жидкости. В случае невязкой жидкости ее объем равен $V = 11V_{п}/16$ [15, с. 127], тогда

$$F_{и} = \left(\frac{99\rho_{ж}}{32\pi} + \frac{9\rho_{г}}{2\pi}\right) Q_{г}^2 d_{п}^{-2}. \quad (5)$$

В работе [15, с. 127–128] показан результат численного решения итерационным методом уравнения баланса с учетом всех перечисленных пяти сил относительно $d_{п}$

$$F_{дв} + F_{изб} = F_{пр} + F_c + F_{и}. \quad (6)$$

Несмотря на то, что авторы [15, с. 128] утверждают о достаточно неплохом описании для $d_{п}$ по (6) результатов экспериментальных исследований, к значительным недостаткам такого решения можно отнести отсутствие возможности анализа физических параметров модели, влияющих на процесс генерирование пены. При этом в [15, с. 128; 16, с. 113; 17, с. 112–114] указано, что при барботаже с малым расходом воздуха ($v \rightarrow 0$) в непроточной и не очень вязкой жидкости можно оценить диаметр пузырька (при условии, что $d_{п} > 0,2$ мм) из равенства архимедовой силы (1) силам поверхностного сопротивления (3) по формуле

$$d_{\Pi} = \sqrt[3]{\frac{6\sigma a}{(\rho_{\text{ж}} - \rho_{\text{г}})g}}. \quad (7)$$

Однако, как показано в [17, с. 112–114] с ростом расхода газа (скорости потока), уравнение (7) не годится, а для описания процесса пенообразования (диаметра пузырька) предлагаются многочисленные эмпирические зависимости. Чтобы найти выход из сложившейся ситуации необходимо вернуться назад и проанализировать баланс сил (6). С одной стороны, очевидно, что баланс двух сил (силы Архимеда и сил поверхностного сопротивления) дает только частное решение (7), которого недостаточно для более глубокого понимания условий протекания процесса пенообразования в (7) диаметр пузырька не зависит от скорости подачи воздуха, что не соответствует действительности). С другой стороны, учет всех слагаемых в уравнении (6) приводит к уравнению пятой степени относительно диаметра пузырька d_{Π} , что не позволяет получить аналитическое выражение для его анализа. В таком случае следует оценить вклад слагаемых (2) и (5). Например, в случае равенства давлений газа и жидкости на уровне отверстий для подачи воздуха и малости ускорений на начальной стадии пенообразования, силами, обусловленными избыточным давлением газа и его импульса, как и силами инерции, возникающими при росте пузырьков, можно пренебречь.

Расчет скоростей потока воздуха и диаметра пенного пузырька, образующегося на затопленном отверстии

Чтобы рассчитать диаметр пузырька в момент его отделения, с учетом ранее описанного упрощения, применяется условие равновесия сил (Рис.2) [18]. Отверстие предполагается расположенным горизонтально, то есть поверхность затопленного отверстия ориентирована перпендикулярно направлению подъемной силы $F_{\text{дв}}$, возникающей в результате разности плотностей газа и жидкости. При увеличении пузырька сила прилипания $F_{\text{пр}}$ и сила сопротивления $F_{\text{с}}$ уравновешивают подъемную силу $F_{\text{дв}}$:

$$F_{\text{дв}} = F_{\text{пр}} + F_{\text{с}}. \quad (8)$$

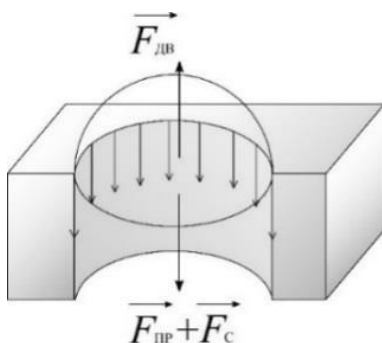


Рис.2. Баланс сил при росте пузырька на затопленном отверстии

С учетом формул 1, 3 и 4 выражение 8 переписывается в виде

$$\frac{\pi d_{\Pi}^3 g (\rho_{\text{ж}} - \rho_{\text{г}})}{6} = \pi a \sigma + \frac{3\pi \eta v a^2}{4 d_{\Pi}}. \quad (9)$$

Путем несложных преобразований перейдем к уравнению

$$d_{\Pi}^4 - \frac{6a\sigma d_{\Pi}}{g(\rho_{\text{ж}} - \rho_{\text{г}})} - \frac{9\eta v a^2}{2g(\rho_{\text{ж}} - \rho_{\text{г}})} = 0. \quad (10)$$

Введем обозначения

$$C = \frac{3a\sigma}{g(\rho_{\text{ж}} - \rho_{\text{г}})}, D = \frac{3a^2\eta v}{g(\rho_{\text{ж}} - \rho_{\text{г}})}.$$

Тогда (10) примет вид

$$d_{\Pi}^4 - 2Cd_{\Pi} - \frac{3D}{2} = 0. \quad (11)$$

Применим метод Феррари, как показано в работе [18], для решения уравнения четвертой степени (11). Его резольвента имеет вид

$$y^3 + 6Dy - 4C^2 = 0. \quad (12)$$

С помощью подстановки $y = z - 2D/z$ от (11) перейдем к уравнению

$$z^6 - 4C^2z^3 - 8D^3 = 0,$$

которое, очевидно, приводит к уравнениям

$$z^3 = 2C^2 \pm 2\sqrt{C^4 + 2D^3}. \quad (13)$$

Если z_1, z_2, z_3 являются корнями (13), то резольвента (12) имеет решения

$$y_i = z_i - \frac{2D}{z_i}, i = \overline{1,3}.$$

Таким образом, согласно методу Феррари, корни уравнения четвертой степени (11) находятся как корни двух уравнений

$$d_{\Pi}^2 + \frac{y_1}{2} = \pm \sqrt{y_1 d_{\Pi}^2 + 2Cd_{\Pi} + \frac{y_1^2}{4} + \frac{3D}{2}}, \quad (14)$$

где, подкоренное выражение в правой части является полным квадратом, а y_1 – произвольный корень резольвенты (12). В качестве y_1 можно выбрать

$$y_1 = z_1 - \frac{2D}{z_1},$$

$$\text{где, } z_1 = \sqrt[3]{2C^2 + 2\sqrt{C^4 + 2D^3}}.$$

Отметим, что при решении уравнений (14) из четырех возможных корней действительными оказывались только два, при этом один из них всегда был отрицательным.

Таким образом, диаметр пузырька можно рассчитать по выражению [19]

$$d_{\Pi} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{\frac{4B_1}{\sqrt{Q}}} - Q + \sqrt{Q} \right]. \quad (15)$$

В (15) введено обозначение

$$Q = \sqrt[3]{2B_1^2 + 2\sqrt{2A_1^3 + B_1^4}} + \sqrt[3]{2B_1^2 - 2\sqrt{2A_1^3 + B_1^4}},$$

при этом

$$A_1 = \frac{3\eta v a^2}{(\rho_{\text{ж}} - \rho_{\text{г}})g}, B_1 = \frac{3\sigma a}{(\rho_{\text{ж}} - \rho_{\text{г}})g},$$

где, η – коэффициент динамической вязкости раствора пенообразователя, Па•с; σ – коэффициент поверхностного натяжения, Н/м; v – скорость потока газа, м/с; a – геометрический размер (диаметр трубки, по которой подается газ), м; $\rho_{\text{ж}}$ – плотность раствора пенообразователя, кг/м³; $\rho_{\text{г}}$ – плотность газа, кг/м³; g – ускорение свободного падения, м/с².

Из выражения (9) можно выразить скорость потока воздуха при барботаже. Если $v=0$, то образование пузырьков будет происходить в автономном режиме, а их диаметр можно рассчитать по формуле (7). Скорость $v=0$ является минимальной в случае генерирования пены на затопленном отверстии $v_{\min}=0$. При этом не сложно определить минимальный геометрический

размер ячейки, на котором образуется пузырек, диаметр которого соизмерим с диаметром отверстия

$$a_{\min} = \sqrt{\frac{6\sigma}{g(\rho_{\text{ж}} - \rho_{\text{г}})}} = 2,45 \sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho_{\text{ж}} - \rho_{\text{г}})}}.$$

Для случая $v > 0$ будет наблюдаться активное пенообразование, причем с ростом значений v при одном и том же значении геометрического параметра a будет увеличиваться средний диаметр пузырьков (пузырьковый режим), численные значения которых можно оценить по формуле (15). Однако при повышении скорости потока воздуха более некоторого значения механизм аэрации меняется: воздух выходит из отверстия в виде компактной струи (струйный режим), которая затем дробится на отдельные пузырьки. Условие формирования газовой струи в [15, с. 129] при условии равенства диаметра отверстия диаметру получаемого пузырька (струи воздуха) следующее:

$$a > 2,81 \sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho_{\text{ж}} - \rho_{\text{г}})}}.$$

Струйный режим работы должен характеризоваться не только значением геометрического параметра a , но и скорости воздушного потока v . С одной стороны, минимальное значение подъемной силы $F_{\text{дв}}$, необходимое для отрыва пузырька от сетки, равно силе прилипания $F_{\text{пр}}$. С другой стороны, для образования пузырька необходимо, чтобы сила сопротивления $F_{\text{с}}$ не превышала подъемную силу. Так как сила сопротивления пропорциональна скорости потока воздуха при барботаже, то, следовательно, максимальная скорость, при которой возможно пенообразование на отверстии, должна удовлетворять условию

$$\pi a \sigma \geq \frac{3\pi \eta v a^2}{4d_{\text{п}}},$$

откуда

$$v_{\max} = \frac{4\sigma d_{\text{п}}}{3\eta a}, \quad (16)$$

а так как $d_{\text{п}} \geq a$, то значение максимальной скорости будет достигнуто уже при $d_{\text{п}} = a$, поэтому выражение (16) можно переписать в следующем виде

$$v_{\max} = \frac{4\sigma}{3\eta}. \quad (17)$$

Как видно из соотношения (17) максимальная скорость определяется из соотношения между силами поверхностного натяжения и силами вязкого трения. При расчете максимальной скорости по формуле (17) и сравнении полученного значения с результатами работы [20], получается, что первая на 33 % больше при прочих равных условиях.

Расчет скоростей потока воздуха и диаметра пенного пузырька, образующегося на незатопленном отверстии

Французские исследователи из университета Ренна, изучая процесс формирования мыльных пузырьков [13], показали, что на диаметр пузырьков влияют скорость и поперечный размер воздушного потока, а также величина ячеек, на которых образуется пленка. В серии экспериментов они установили минимальную скорость выдувания пузырьков $v_{\min}$. Для каждого диаметра поперечного сечения потока воздуха существует своя минимальная скорость $v_{\min}$: чем больше сечение потока, тем меньше это значение. Если диаметр воздушного потока значительно превышает размер ячейки рамки, диаметр пузырька определяется размерами рамки.

Важно отметить, что описанный случай выдувания пузырьков подобен процессу образования воздушно-механической пены на сетках пеногенерирующих устройств, применяемых в пожаротушении, когда поперечный размер потока пенообразующей смеси

значительно превышает размеры ячеек сетки. В работе [13] показано, что минимальная скорость выдувания пузырьков $v_{\min}$ для такого случая может быть определена по формуле:

$$v_{\min} = \sqrt{\frac{8\sigma}{\rho_r R_0}} \sqrt{\frac{2R_0}{a}} = \sqrt{\frac{16\sigma}{\rho_r a}}, \quad (18)$$

где, ρ_r – плотность воздуха, кг/м³; R_0 – радиус сопла, м; a – длина ребра квадратной ячейки сетки, м.

Теоретическое выражение для определения $v_{\min}$ было предложено в работе [21, с. 96], где еще в 70-е годы рассматривалось образование пены на сетках пеногенерирующих устройств, применяемых для пожаротушения. В соответствии с этим исследованием, чтобы образовались пузырьки, необходимо перед ячейками сетки создать давление, превышающее капиллярное давление в пузырьке. При равенстве этих давлений выполняется соотношение:

$$v_{\min} = \varphi_E \sqrt{\frac{8\sigma}{\rho_r a}}, \quad (19)$$

где, φ_E – коэффициент, определяющий потери энергии на трение (1 – 1,1).

Значение $v_{\min}$ принимает минимальное значение в (19) при $\varphi_E = 1$. Таким образом, расчет по формуле (18) дает численно в $\sqrt{2}$ большее значение $v_{\min}$, чем формула (19). Очевидно, что авторы работы [13], получая уравнение (18), использовали теоретическое выражение (19) из работы [21, с. 96], дополнив его новыми переменными, полученными экспериментально.

В экспериментальной работе [13] установлено, что при скоростях, превышающих $v_{\min}$, пузырьки начинают образовываться автоматически. Согласно работе [21, с. 97], дальнейшее увеличение скорости потока воздуха приводит к тому, что пена выходит с сетки сплошным потоком без разрывов. Однако при достижении определенной скорости поток пены начинает разрываться и выходить хлопьями. С ростом скорости эти хлопья уменьшаются и при достижении определенного значения пенообразование полностью прекращается: с сетки срываются капли раствора, а за ней образуется аэрозольный поток [22]. Максимальная скорость выдувания пузырьков $v_{\max}$, при которой прекращается процесс их образования на сетке, определяется концентрацией пенообразователя в смеси, его свойствами и размером ячеек сетки [21, с. 98]:

$$v_{\max} = \frac{R_c}{\pi a}, \quad (20)$$

где, R_c – величина, зависящая от концентрации пенообразователя, м²/с. Например, для 4 – 6 %-го водного раствора пенообразователя ПО-1 $R_c = (0,06 – 0,09)$ м²/с.

Верхняя граница скорости, при которой наблюдается прекращение процесса пенообразования, составляет $v_{\max} = 19,1 – 28,7$ м/с при размере ячейки $a = 1$ мм. Данный предел объясняется положениями теории устойчивости пены [21, с. 97]. Стабильная пена формируется тогда, когда на границе раздела «воздух – жидкость» возникают адсорбционные слои, придающие пленкам жидкости механическую прочность. Эти слои образуются в результате диффузии молекул ПАВ к поверхности раздела фаз. При медленной деформации капля на поверхности пузырьков формируется прочный адсорбционный слой, а при высокой скорости концентрация ПАВ падает и не успевает восстановиться, что снижает прочность пленок. Увеличение скорости выдувания пузырьков в потоке пенообразующей смеси приводит к росту интенсивности возмущений, деформирующих капли и разрушающих оболочки пузырьков, что в конечном итоге останавливает процесс пенообразования.

Следовательно, анализ данных, представленных в источниках [13, 21, 22], позволяет заключить, что процесс образования пузырьков может происходить при прохождении потока пенообразующей смеси, скорость которого находится в диапазоне между минимальным и максимальным значениями, характерными для конкретного варианта выдувания пузырьков.

Как упоминалось ранее, величина скорости пенообразующей смеси влияет на диаметр пузырька, формирующегося на сетке. Теоретическая оценка данного параметра может быть выполнена по аналогии с работой [23], в которой рассматривался процесс флотационного разделения полимерных отходов, а значение диаметра определялось исходя из баланса сил в момент отрыва пузырька при его формировании на затопленном отверстии в покоящейся жидкости. Однако в работе [23] приведено лишь численное решение данного уравнения.

В предыдущем разделе рассматривалась ситуация, когда пузырек формировался на затопленном отверстии, и в этом случае в качестве $F_{дв}$ учитывалась сила выталкивания по закону Архимеда (Рис.2). Когда же генерация пены осуществляется в воздушной среде, т.е. на незатопленном отверстии, в качестве $F_{дв}$ принимается сила удара воздушного потока о пенную пленку, образующуюся на сетке:

$$F_{дв} = \frac{\pi d_{п}^2 \rho_r v^2}{8}. \quad (21)$$

Тогда уравнение (8) принимает вид

$$\frac{\pi d_{п}^2 \rho_r v^2}{8} = \pi a \sigma + \frac{3 \pi \eta v a^2}{4 d_{п}}.$$

Откуда перейдем к уравнению

$$d_{п}^3 - \frac{8 a \sigma}{\rho_r v^2} d_{п} - \frac{6 a^2 \eta}{\rho_r v} = 0. \quad (22)$$

Введем обозначения

$$C_1 = \frac{8 a \sigma}{\rho_r v^2}, \quad D_1 = \frac{6 a^2 \eta}{\rho_r v}.$$

Тогда (22) переписывается в виде

$$d_{п}^3 - C_1 d_{п} - D_1 = 0. \quad (23)$$

Для решения последнего уравнения воспользуемся формулой Кардано. В таком случае корни уравнения (23) в канонической форме равны [19]

$$d_{п1} = A + B, \quad d_{п2,3} = -\frac{A+B}{2} \pm i \frac{A-B}{2} \sqrt{3},$$

где,

$$A = \sqrt[3]{\frac{D_1}{2} + \sqrt{Q}}, \quad B = \sqrt[3]{\frac{D_1}{2} - \sqrt{Q}}, \quad Q = -\left(\frac{C_1}{3}\right)^3 + \left(\frac{D_1}{2}\right)^2.$$

Отметим, что в рассматриваемых условиях уравнение (3.6) имеет только один положительный корень – два оставшихся либо отрицательные, либо комплексные. Таким образом, для случая генерирования пены на сетке значения среднего диаметра пузырька можно оценить по формуле [19]

$$d_{п} = \sqrt[3]{\frac{D_1}{2} + \sqrt{Q}} + \sqrt[3]{\frac{D_1}{2} - \sqrt{Q}}. \quad (24)$$

В выражении (24) диаметр пузырька можно определять из условия, когда силы сопротивления будут определяющими по отношению к силам поверхностного натяжения или

$$Q \geq 0. \quad (25)$$

Из условия (25) после несложных преобразований можно получить выражение для v_{min}

$$v_{min} = 2 \left(\frac{2}{3}\right)^{5/4} \sqrt[4]{\frac{\sigma^3}{\rho_r a \eta^2}}, \quad (26)$$

Выражение (26) напоминает по структуре выражения (18) и (19) с отличительными особенностями, представленными в Табл.1.

Табл.1. Сравнительный анализ выражений для расчета минимальной скорости

Наименование параметра	Зависимость (26)	Зависимость (19)	Зависимость (18)
Свободный коэффициент	$2\left(\frac{2}{3}\right)^{5/4}=1,2$	$(8)^{1/2}=2,8$	$(16)^{1/2}=4$
Коэффициент поверхностного натяжения	$\sigma^{3/4}$	$\sigma^{1/2}$	$\sigma^{1/2}$
Плотность газа	$\rho^{1/4}$	$\rho^{1/2}$	$\rho^{1/2}$
Геометрический параметр	$a^{1/4}$	$a^{1/2}$	$a^{1/2}$
Коэффициент динамической вязкости	$\eta^{1/2}$	отсутствует	

Зависимость (19) хорошо описывает экспериментальные данные при малых значениях параметра a ($a < 2$ мм), но плохо при больших, когда $a > 3$ мм, при этом зависимость (18) наоборот, хорошо описывает опытные данные, если параметр a большой. Зависимость (26) хорошо описывает результаты экспериментов в широком диапазоне изменения параметра a при прочих равных условиях. Например, для численной оценки минимальной скорости можно задаться физико-механическими характеристиками раствора: плотность газа – 1,3 кг/м³, поверхностное натяжение раствора – 0,024 Н/м, динамическая вязкость раствора – 10⁻³ Па·с, геометрический параметр a ($a_1 = 0,5 \cdot 10^{-3}$ м, $a_2 = 2,5 \cdot 10^{-3}$ м, $a_3 = 5 \cdot 10^{-3}$ м). В этом случае получаются следующие результаты: по формуле (26) – $v_{\min 1} = 14,5$ м/с, $v_{\min 2} = 9,7$ м/с, $v_{\min 3} = 8,1$ м/с; по формуле (19) – $v_{\min 1} = 17,2$ м/с, $v_{\min 2} = 9,7$ м/с, $v_{\min 3} = 5,4$ м/с; по формуле (18) – $v_{\min 1} = 24,3$ м/с, $v_{\min 2} = 10,9$ м/с, $v_{\min 3} = 7,7$ м/с соответственно. Результаты, полученные по (26) ближе к экспериментальным данным [24, 25], чем по (18) и (19).

Выражением (24) удобно пользоваться для определения расчетного среднего диаметра получаемого пузырька, когда $Q \geq 0$ (когда силы сопротивления будут определяющими по отношению к силам поверхностного натяжения). Однако, если $Q < 0$, то по (24) получаются комплексные сопряженные корни. Найдем действительную часть выражения (24). Для этого введем обозначение:

$$U = M + N, \quad (27)$$

$$\text{где, } M = \sqrt[3]{\frac{D_1}{2} + \sqrt{Q}}, N = \sqrt[3]{\frac{D_1}{2} - \sqrt{Q}}.$$

Если $Q < 0$, тогда подкоренное выражение первого слагаемого в (27) $Ms = \frac{D_1}{2} + \sqrt{Q}$ можно представить через действительную $ReMs = \frac{D_1}{2} > 0$ и мнимую части $ImMs = \sqrt{|Q|} > 0$ или

$$Ms = ReMs + \sqrt{-1}ImMs.$$

Аналогично можно сделать и для подкоренного выражения второго слагаемого (27):

$$Ns = ReNs + \sqrt{-1}ImNs,$$

где, $ReNs = \frac{D_1}{2} > 0$ – действительная часть Ns , $ImNs = -\sqrt{|Q|} < 0$ – мнимая часть Ns .

Для Ms и Ns можно записать

$$r_U = \sqrt{(ReMs)^2 + (ImMs)^2} = \sqrt{(ReNs)^2 + (ImNs)^2} = \sqrt{\frac{D_1^2}{4} + |Q|}.$$

Учитывая расположение комплексных чисел Ms и Ns на плоскости, их главные значения аргумента вычисляются по формулам

$$\varphi(Ms) = \operatorname{arctg} \left(\frac{\operatorname{Im}(Ms)}{\operatorname{Re}(Ms)} \right), \varphi(Ns) = \operatorname{arctg} \left(\frac{\operatorname{Im}(Ns)}{\operatorname{Re}(Ns)} \right)$$

или

$$\varphi(Ms) = \operatorname{arctg} \left(\frac{2\sqrt{|Q|}}{D_1} \right), \varphi(Ns) = \operatorname{arctg} \left(-\frac{2\sqrt{|Q|}}{D_1} \right).$$

Таким образом, по формуле Муавра получаем

$$\sqrt[3]{\frac{D_1}{2} + \sqrt{Q}} = \sqrt[3]{r_U} \left(\cos \left(\frac{\varphi(Ms)}{3} \right) + \sqrt{-1} \sin \left(\frac{\varphi(Ms)}{3} \right) \right),$$

$$\sqrt[3]{\frac{D_1}{2} - \sqrt{Q}} = \sqrt[3]{r_U} \left(\cos \left(\frac{\varphi(Ns)}{3} \right) + \sqrt{-1} \sin \left(\frac{\varphi(Ns)}{3} \right) \right).$$

Так как мнимые части при суммировании сокращаются, то

$$\sqrt[3]{\frac{D_1}{2} + \sqrt{Q}} + \sqrt[3]{\frac{D_1}{2} - \sqrt{Q}} = \sqrt[3]{r} \left(\cos \left(\frac{\varphi(Ms)}{3} \right) + \cos \left(\frac{\varphi(Ns)}{3} \right) \right),$$

причем

$$\cos \left(\frac{\varphi(Ms)}{3} \right) = \cos \left(\frac{\varphi(Ns)}{3} \right),$$

поэтому для определения диаметра пузырька при $Q < 0$ можно пользоваться следующим выражением:

$$\sqrt[3]{\frac{D_1}{2} + \sqrt{Q}} + \sqrt[3]{\frac{D_1}{2} - \sqrt{Q}} = 2\sqrt[6]{\frac{D_1^2}{4} + |Q|} \cdot \cos \left(\frac{1}{3} \operatorname{arctg} \left(\frac{2\sqrt{|Q|}}{D_1} \right) \right).$$

Выводы

В основной части статьи в рамках простых моделей определены или уточнены формулы для оценки минимальной $v_{\min}$ и максимальной $v_{\max}$ скоростей потока воздуха, в диапазоне которых обеспечивается процесс генерирования пены. Для случая образования пузырьков пены на затопленном отверстии $v_{\min} = 0$, а на незатопленном – рассчитывается по формуле (26). Для оценки максимальной скорости $v_{\max}$ можно воспользоваться формулой (17) для двух вариантов. Когда определен диапазон скоростей, по формулам (17) и (26) можно определить средний диаметр пузырьков, а следовательно, дисперсность пены.

Связь между кратностью пены со средним диаметром пузырька d_n установлена исходя из геометрических подходов и представляет собой следующее выражение: для шаровой пены [1, с. 14; 8, с. 46]

$$K = \frac{d_n}{3\delta}, \quad (28)$$

и для полиэдрической пены [1, с. 9]

$$K = \frac{0,76d_n^2}{r_k^2}, \quad (29)$$

где, δ – толщина пленки пузырька, м; r_k – радиус кривизны поперечного сечения поверхности канала Плато-Гиббса, м.

Связь между устойчивостью со средним диаметром пузырька d_n может быть получена из соотношения [26]

$$C_\tau = \frac{K\tau}{C_a}, \quad (30)$$

где, τ – коэффициент смачивающей способности, с; C_a – капиллярное число.

В (30) капиллярное число можно выразить через скорость, а также коэффициенты динамической вязкости и поверхностного натяжения раствора пенообразователя

$$C_a = \frac{v\eta}{\sigma}.$$

С учетом (28) и (29) получается соответственно для шаровой пены

$$C_\tau = \frac{d_n \tau}{3\delta C_a} \quad (31)$$

и для полиэдрической пены

$$C_\tau = \frac{0,76 d_n^2 \tau}{r_k^2 C_a}. \quad (32)$$

Таким образом, кратность пены может быть выражена через средний диаметр пузырька по формулам (28) или (29), а ее устойчивость по формулам (31) или (32).

Для проверки адекватности принятых в работе моделей образования пузырьков требуется проведение экспериментов по генерированию пены и измерению среднего диаметра пузырьков при различных скоростях для их выдувания.

Список источников

1. Ветошкин А.Г. Физические основы и техника процессов сепарации пены / А.Г. Ветошкин. – Москва-Вологда: Инфра-Инженерия, 2016. – 404 с. – ISBN 978-5-9729-0111-1.
2. Hill K., Eastoe J. Pen Apostille: from naturoplace to promulgationsstates // achievements in the fields of colloid chemistry and Sciences. – 2017. - Т. 247. - S. 496–513. – DOI: 10.1016/j.cis.2017.05.013.
3. Penoflotation nanoparticle and deactivation Cesia with a large number of confidential-active substances, sensitive C. Michaud, D. Dadovets, P. Boden [et al.] // Environmental Science: Nano. – 2019. - Volume 6, apostille 5. - S. 1576–1584. – DOI: 10.1039/c9en00188c.
4. Murray B.S. Recent achievements in the districts of pishev Urga pen // Urga. – 2020. - Volume 50. - Article 101394. - 24 p. – DOI: 10.1016/j.cocis.2020.101394.
5. Acoustics zhidkih Pen / F. Urgell, G. Krassu, K. Derek [et al.] // Contemporary performance on colloid chemistry and science on confidences. – 2020. - Т. 50. - Article 101391. - 13 p. – DOI: 10.1016/j.cocis.2020.101391.
6. Obzor penostablatorovsdefendationsfor plastov / t. Majid, M.S. Kamal, S. Zhou, T. Solling // Aposematic – 2021. Volume 35, 7. - S. 5594–5612. – DOI: 10.1021/acs.energyfuels.1c00035.
7. Excretory foams for wasteful copper and silver: an experimental confirmation of the concepts of a more ecological process for extracting critically important metals. Treen, A. Mikhailovskaya, M. Zhang [et al.] // ACS Sustainable Chemistry & Engineering. – 2021. Volume 9, 42. - S. 14022–14028. – DOI: 10.1021/acssuschemeng.1c02258.
8. Камлюк А.Н., Грачулин А.В. Компрессионная пена для нужд пожарных подразделений: монография. – Минск: УТЗ, 2019. – 224 с. – ISBN 978-985-590-050-5.
9. Камлюк А.Н., Лихоманов А.О., Грачулин А.В. Полевые испытания и сравнение эффективности тушения оптимизированного для более высоких скоростей расширения спринклера дефлекторного типа с другими пенными и пенно-водяными спринклерами // Пожарная безопасность. – 2020. – Том 116. – Статья 103177. – 10 с. – DOI: 10.1016/j.firesaf.2020.103177.
10. It's Benilov.S. Cummins K.P. Lee Woo.T. What are you doing in "Ginnesse" tonute? // American Journal of Physics. – 2013. - Volume 81, intravenously 2. - S. 88–91. – DOI: 10.1119/1.4769377.
11. Liger-Beler G., Cylinder K. Skolko puz canberrans2 in the beer Bowl? // ACS Omega. – 2021. - Volume 6, apostille 14. - S. 9672–9679. – DOI: 10.1021/acsomega.1c00256.
12. Баешко А.А., Тихон С.Н., Крыжова Е.В. [и др.] Пенная склеротерапия: история развития и современные данные // Новости хирургии. – 2012. – Т. 20, № 4. – С. 101–110. – EDN: PBKDKZ.

13. The generation of soap bubbles was sent from soap films / L. Salkin, A. Schmidt, P. Panitza, L. Courben // *Urgant*. – 2016. Volume 116, 7. - Article 077801. - 5 p. – DOI: 10.1103/PhysRevLett.116.077801.
14. Митенков Ф. М., Знышев В. В., Сабаев Е. Ф. [и др.] Проблемы и принципы математического моделирования динамики сложных уникальных систем // *Математическое моделирование*. – 2007. – Т. 19, № 5. – С. 39–44. – EDN: HZWRYJ.
15. Пенная сепарация и колонная флотация / Ю.Б. Рубинштейн, В.И. Мелик-Гайказян, Н.В. Матвеев, С.Б. Леонов. – М.: Недра, 1989. – 304 с. – ISBN 5-247-00617-8.
16. Иванов С.П., Курбатов Б.Е. Расчёт средств пенного пожаротушения. – М.: Стройиздат, 1985. – 220 с.
17. Касаткин А.Г. Основные процессы и аппараты химической технологии: учебник для вузов. – 10-е изд., стереотипное, переработанное. Перепеч. с изд. 1973 г. – М.: ООО ТИД «Альянс», 2004. – 753 с. – ISBN 5-98535-004-5.
18. Чан Д.Х., Камлюк А.Н., Лихоманов А.О. [и др.] Оценка диаметра пузырьков и скорости потока пенообразующей смеси для их образования на сетке пеногенерирующих устройств // *Вестник Университета гражданской защиты МЧС Беларуси*. – 2022. – Т. 6, № 1. – С. 84–94. – DOI: 10.33408/2519-237X.2022.6-1.84. – EDN: QAENWG.
19. Камлюк А.Н. Подходы к расчету кратности, дисперсности и устойчивости воздушно-механических пен низкой кратности // *Вестник Университета гражданской защиты МЧС Беларуси*. – 2025. – Т. 9, № 1. – С. 54–65. – DOI: 10.33408/2519-237X.2025.9-1.54. – EDN: EXXZPA.
20. Камлюк А.Н. Количественное описание механизмов образования воздушно-механической пены низкой кратности для нужд пожаротушения // *Вестник Университета гражданской защиты МЧС Беларуси*. – 2024. – Т. 8, № 3. – С. 276–288. – DOI: 10.33408/2519-237X.2024.8-3.276. – EDN: EJOWFD.
21. Казаков М.В., Петров И.И., Реутт В.Ч. Средства и способы тушения пламени горючих жидкостей. – М.: Стройиздат, – 113 с.
22. Бычков А.И. О срыве пенообразования на сетках // *Материалы VII Всесоюзной научно-практической конф. «Горение и проблемы тушения пожаров»: Секция «Тепломассообмен в условиях пожара»*. – М.: ВНИИПО, – С. 17–20.
23. Флотационное разделение смеси измельченных полимерных отходов / А.Э. Левданский, Е.В. Опимах, А.А. Волненко [и др.]. – Шымкент: Типография «Элем», 2020. – 152 с.
24. Камлюк А.Н., Лихоманов А.О., Титовец А.Ф. [и др.] Влияние размеров ячеек сетки и расстояния от сопла на дисперсность пены // *Вестник Университета гражданской защиты МЧС Беларуси*. – 2022. – Т. 6, № 4. – С. 441–450. – DOI: 10.33408/2519-237X.2022.6-4.441. – EDN: GNBQTD.
25. Камлюк А.Н., Пармон В.В., Стриганова М.Ю. [и др.] Оптимизация геометрических параметров пожарного ствола СПРУК 50/0,7 «Викинг» // *Вестник Университета гражданской защиты МЧС Беларуси*. – 2018. – Т. 2, № 4. – С. 470–476. – DOI: 10.33408/2519-237X.2018.2-4.470. EDN: YPMHRR.
26. Камлюк А.Н., Лихоманов А.О., Говор Э.Г. Зависимость объёмной устойчивости низкократных пен от их кратности // *Известия Национальной академии наук Беларуси. Серия физико-технических наук*. – 2024. – Т. 69, № 3. – С. 194–205. – DOI: 10.29235/1561-8358-2024-69-3-194-205. – EDN: SQVQWY.

References

1. Vetoshkin A.G. Physical base daddy and technique process separations pen Daddy / a.G. Vetoshkin. - Moscow-Vologda: Infra-Engineering, 2016. - 404 pp. – ISBN 978-5-9729-0111-1.
2. Hill K., Eastoe J. Pen Apostille: from naturoplace to promulgationsstates // *achievements in the fields of colloid chemistry and Sciences*. – 2017. - T. 247. - S. 496–513. – DOI: 10.1016/j.cis.2017.05.013.
3. Penoflotation nanoparticle and deactivation Cesia with a large number of confidential-active substances, sensitive C. Michaud, D. Dadovets, P. Boden [et al.] // *Environmental Science: Nano*. – 2019. - Volume 6, apostille 5. - S. 1576–1584. – DOI: 10.1039/c9en00188c.

4. Murray B.S. Recent achievements in the districts of pishev Urga pen // Urga. – 2020. - Volume 50. - Article 101394. - 24 p. – DOI: 10.1016/j.cocis.2020.101394.
5. Acoustics zhidkih Pen / F. Urgell, G. Krassu, K. Derek [et al.] // Contemporary performance on colloid chemistry and science on confidences. – 2020. - T. 50. - Article 101391. - 13 p. – DOI: 10.1016/j.cocis.2020.101391.
6. Obzor penostablatorovsdefendationsfor plastov / t. Majid, M.S. Kamal, S. Zhou, T. Solling // Aposematic – 2021. Volume 35, 7. - S. 5594–5612. – DOI: 10.1021/acs.energyfuels.1c00035.
7. Excretory foams for wasteful copper and silver: an experimental confirmation of the concepts of a more ecological process for extracting critically important metals. Treen, A. Mikhailovskaya, M. Zhang [et al.] // ACS Sustainable Chemistry & Engineering. – 2021. Volume 9, 42. - S. 14022–14028. – DOI: 10.1021/acssuschemeng.1c02258.
8. Kamluk A.N., Graculin A.V. Compressor foam for the fire department: a monograph. - Minsk: ugz, 2019. - 224 pp. – ISBN 978-985-590-050-5.
9. Kamluk A.N., Lihomanov A.Oh., Graculin A.V. Field tests and comparison of the extinguishing efficiency of an extended deflector-type sprinkler optimized for higher speeds with other foam and foam-water sprinklers // Fire safety. – 2020. - Volume 116. - Article 103177. - 10 C. – DOI: 10.1016/j.firesaf.2020.103177.
10. It's Benilov.S. Cummins K.P. Lee Woo.T. What are you doing in "Ginnesse" tonute? // American Journal of Physics. – 2013. - Volume 81, intravenously 2. - S. 88–91. – DOI: 10.1119/1.4769377.
11. Liger-Beler G., Cylinder K. Skolko puz canberrans2 in the beer Bowl? // ACS Omega. – 2021. - Volume 6, apostille 14. - S. 9672–9679. – DOI: 10.1021/acsomega.1c00256.
12. Baeshko A.A., Tikhon S.N.- It's Krmatzhova.V. [etc.] Penna sclerotherapy: a history of developments and contemporaneous data. – 2012. - T. 20, № 4. - S. 101–110. – EDN: PBKDKZ.
13. The generation of soap bubbles was sent from soap films / L. Salkin, A. Schmidt, P. Panitza, L. Courben // Urgant. – 2016. Volume 116, 7. - Article 077801. - 5 p. – DOI: 10.1103/PhysRevLett.116.077801.
14. 14. Mitenkov F. M., Znabrashev V. V. It's Sabayev. F. [etc.] Problem undeclared and principle undeclared mathematically modelled dynamics complex undeclared repeater system // mathematical modelling. – 2007. - T. 19, № 5. - S. 39–44. – EDN: HZWRYY.
15. Foam separation and column flotation / U.B. Rubinstein, V.And. Melik-Gaikazyan, N.V. Matveenkov, S.B. Leonov. - M.: Nedra, 1989. - 304 pp. – ISBN 5-247-00617-8.
16. Ivanov S.P., Kurbatov B.Well. I'm looking for a fire alarm. - M.: Stroyizdat, 1985. - 220 P.
17. Kasatkin A.G. Main topic: Chemical Technology: textbook DLA vuzov. - 10th Ed. stereotyped, reworked. Perepech.with Ed. 1973 - M.: LLC "Alyans", 2004. - 753 PP. – ISBN 5-98535-004-5.
18. Chan D.X., Kamluk A.N., Lihomanov A.Oh. [etc.] Rating PU diameters and flow rates of foam-forming mixtures and IH education of setke foam-generating device // university newspaper Civil Defense Ministry of Belarus. – 2022. - T. 6, № 1. - S. 84–94. – DOI: 10.33408/2519-237X.2022.6-1.84. – EDN: QAEHWG.
19. Kamluk A.N. Approaches to calculating the multiplicity, dispersion and stability of low-multiplicity air-mechanical foams // Journal of the University of Civil Defense of the Ministry of Emergency Situations of Belarus. – 2025. - T. 9, № 1. - S. 54–65. – DOI: 10.33408/2519-237X.2025.9-1.54. – EDN: EXXZPA.
20. Kamluk A.N. Quantitative description of the mechanism of education of air-breathing and Mechanical Pen. – 2024. - T. 8, № 3. - S. 276–288. – DOI: 10.33408/2519-237X.2024.8-3.276. – EDN: EJOWFD.
21. Kazakov M.V. Petrov I.And. Reutt V.H. Means and Means. - M.: Stroyizdat, - 113 s.
22. B. B.And. Materials of the VII All-Union Scientific and Practical Conference. "Burning and problem": Section "heat Exchange under fire conditions". - M.: VNIPO, - S. 17–20.
23. Flotation separation mixmelchenn Canberrans.E. Levdansky, It's Me.V. Opimachus, A.A. Volnenko and others.]. - Shirmkent: Typography "Urglem", 2020. - 152 PP.
24. Kamluk A.N., Lihomanov A.Oh. Titovets A.F. [etc.] Impact of dimmer Jacek sets and the distance from the sopla to the dispersion of pen Apostille // university newspaper Civil Defense

Apostille. – 2022. - Т. 6, № 4. - С. 441–450. – DOI: 10.33408/2519-237X.2022.6-4.441. – EDN: GNBQTD.

25. Kamluk A.N., Parmon V.V., Striganova M.Yu. [etc.] Optimization geometrical parameter fire trunk SPRUC 50/0, 7 "Viking" // university newspaper Civil Defense. – 2018. - Т. 2, № 4. - С. 470–476. – DOI: 10.33408/2519-237X.2018.2-4.470. EDN: YPMHRR.

26. Kamluk A.N., Lihomanov A.Oh., Speak.G. Dependence of the stability of the low times of the pen of IH knits // news of the National Academies of Science of Belarus. Series of physical and technical science. – 2024. - Т. 69, № 3. - С. 194–205. – DOI: 10.29235/1561-8358-2024-69-3-194-205. – EDN: SQVQWY.

Статья поступила в редакцию 01.08.2025, одобрена после рецензирования 10.09.2025, принята к публикации 15.09.2025.

The article was submitted 01.08.2025, approved after reviewing 10.09.2025, accepted for publication 15.09.2025.